Journal of Theory & Practice in Curriculum
Vol.2 (3); 2014, 93-116

دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی
سال دوم، شماره ۳، بهار و تابستان ۱۳۹۳، ۱۱۶-۹۳

مدل‌سازی و کاربردها: گزارش یک پژوهش

Modelling and application: A research domain in mathematics education

ابوالفضل رفیع پور[۱]

A. Rafiepour (Ph.D)

چکیده: هدف مقاله حاضر، مرور پژوهش‌های حوزه مدل‌سازی و کاربرد است تا از این طریق، حوزه مدل‌سازی و کاربرد را به‌عنوان یک حوزه پژوهشی معرفی نماید. در این مقاله، ابتدا منظور از اصطلاح مدل‌سازی و کاربردها در آموزش ریاضی تبیین خواهد شد و تفاوت آن با تعابیر دیگری از واژه مدل‌سازی که در سایر رشته‌ها وجود دارد، بیان می‌گردد. هم‌چنین، اصطلاحات سواد عددی، سواد کمّی، ریاضی‌وار کردن و مسائل کلامی که ممکن است گاهی به‌جای مدل‌سازی به کار بروند ولی معنای کامل مدل‌سازی را در بر ندارند، در این مقاله معرفی می‌شوند. در ادامه، چرخه مدل‌سازی و مراحل مختلف آن معرفی می‌گردد. سپس به برخی از پژوهش‌های انجام شده در حوزه مدل‌سازی و کاربرد اشاره می‌شود و یکی از این پژوهش‌های داخلی در مورد ارزشیابی سطوح شایستگی مدل‌سازی با شرح روش و نتایج آن ارائه می‌گردد. در پایان، این مقاله، با ارائه چند سؤال پژوهشی برای مطالعات آتی، به پایان می‌رسد.

کلیدواژگان: مدل‌سازی، کاربرد، مسائل کلامی، ریاضی مدرسه‌ای، حوزه پژوهشی.

Abstract: The main purpose of this paper is introducing modelling and application as a research domain in mathematics education through reviewing related literature. The first purpose of this review is to give a more clear meaning of modelling and application, and base on that, makes the distinction between modelling in mathematics education & modelling in other scientific domains. There are some other terms like Numeracy; Quantitative literacy; Mathematization and Word Problems that with some tolerance, are taken as equivalent term to modelling. However, modelling has salient differences with every one of them. Second purpose of this paper, is to introduce modelling cycle and its steps. Third, some researches who are working in the domain of modelling and application will be reviewed and then methodology and results of one of them will be mentioned. Finally, several open research questions for future research in the domain of modeling and application will be announced.

Keyword: Modelling, Application, Word Problem, School Mathematics, Mathematics Education Research Domain.

۱. استادیار دانشگاه شهید باهنر کرمان و مرکز پژوهشی ریاضی ماهانی، Rafiepour@uk.ac.ir
تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۱/۱۴ ؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۱۷

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

مقدمه

امروزه، دانش‌آموزان با داده‌های بسیار زیادی توسط رسانه‌ها روبرو هستند. تا پیش از این، کار با داده‌های پیچیده جهان تا این اندازه موردنیاز نبوده است. دنیا پیوسته در حال تغییر است، بنابراین، رویکرد جدیدی برای حل مسائل و تصمیم‌گیری، موردنیاز است. این رویکرد جدید، رویکرد مدل‌سازی و کاربردهاست. نیس، بلوم و گالبرایت (۲۰۰۷) بحث می‌کنند که توجه به تدریس کاربردهای ریاضی، همواره در طول تاریخ وجود داشته، ولی میزان تأکید بر آن، دارای نوسانات آونگی بوده است. به‌این‌ترتیب که گاهی تأکید بر کاربردهای ریاضی بیشتر و گاهی کمتر بوده است.

به‌طور مشخص، رویکرد مدل‌سازی و کاربردها در دو دهه گذشته، طرفداران زیادی در سراسر دنیا پیدا کرده است، به‌طوری‌که در برخی از کشورها ازجمله هلند، آلمان، انگلستان و استرالیا، برنامه‌های درسیِ تلفیق شده با مدل‌سازی و کاربردها توسعه داده شده است. همچنین مطالعه بین‌المللی پیزا[1] میزان توانایی به‌کارگیری دانش ریاضی توسط دانش‌آموزان را در شرایط دنیای واقعی، مورد سنجش قرار می‌دهد.

لازم به ذکر است که در ابتدا، تصور می‌شد سطح ریاضیاتِ موردنیاز برای مسائل مدل‌سازی و کاربردها، بالاتر از حد دانش‌آموزان دوره ابتدایی است. درنتیجه، اکثر پژوهش‌های این حوزه، مختص دوره دبیرستان و دانشگاه بود. ولی فعالیت‌های پژوهشی فرشافل (۲۰۰۲) و گریر، فرشافل و موخاپدیای (۲۰۰۷) تلاش‌های پژوهشگران حوزه آموزش ریاضی را برای معرفی مدل‌سازی و کاربردها در دوره‌های ابتدایی، قوت بخشید. به‌گونه‌ای که برای نمونه در چند سال اخیر، مقالات متعددی از انگلیش (۲۰۱۰ الف و ۲۰۱۰ ب و ۲۰۱۲) در مورد آموزش مدل‌سازی و کاربردها در سطوح پایین‌تر دوره ابتدایی، چاپ شده است.

در ایران نیز، بیان شده که تغییرات جدید کتاب‌های درسی ریاضی در دوره متوسطه، بر اساس برنامه درسی ملی، با توجه به رویکرد مدل‌سازی و کاربرد بوده است. به‌طوری‌که در صفحه ۴۱ از فصل چهارم از ویرایش چهارم سند برنامه درسی ملی چنین آمده است که «توانایی

1 Program for International Students Assessment: PISA

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساس آموزش ریاضی است». در ادامه نیز، مدل‌سازی به‌عنوان یکی از قلمروهای حوزه آموزش ریاضی بیان شده است. هم‌چنین، در مقدمه کتاب‌های تازه تألیف در دوره دبیرستان، به مدل‌سازی و کاربردها، به‌عنوان یکی از عناصر کلیدی کتاب‌های درسی ریاضی، اشاره شده است.

مقاله حاضر، یک پژوهش بنیادی است که هدف آن، مرور پژوهش‌های انجام شده در حوزه مدل‌سازی و کاربرد، در داخل و خارج کشور است تا از این طریق، حوزه مدل‌سازی و کاربرد را به‌عنوان یک حوزه پژوهشی معرفی نماید. در پایان، ضمن ارائه شرح روش و نتایج یکی از مطالعات داخلی، به برخی از سؤالات باز پژوهشی، اشاره خواهد شد.

معرفی مدل‌سازی و کاربرد

در این بخش، با ذکر تعریفی برای **مدل‌سازی**، تلاش می‌شود تا معنای این اصطلاح بیشتر باز شود. درواقع، هدف این است که مشخص شود که چه فعالیت‌هایی مدل‌سازی محسوب می‌شوند و کدام‌ها مدل‌سازی به‌حساب نمی‌آیند تا معنا و مفهوم مدل‌سازی، روشن‌تر شود.

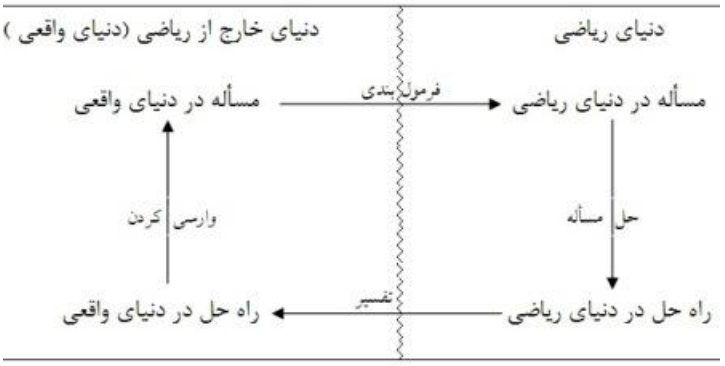
در چرخه فرآیند مدل‌سازی که ابتدا توسط فرشافل (۲۰۰۲) و سپس کِیزِر و شوارتز[1] (۲۰۰۶) معرفی شد، فرآیند مدل‌سازی، با یک مسئله در موقعیت دنیای واقعی شروع می‌شود. سپس مسئله دنیای واقعی، به یک مسئله ریاضی در دنیای ریاضی تبدیل می‌شود (صورت‌بندی). این مسئله، در دنیای ریاضی حل شده و در ادامه، جواب به دست آمده در دنیای ریاضی، به دنیای واقعی برده می‌شود تا با زمینهٔ واقعی مسئله، متناسب گردد (تفسیر). در پایان، جواب به دست آمده با موقعیت واقعی مسئله مقابله می‌گردد تا در صورت لزوم، این چرخه مدل‌سازی، تکرار شود (وارسی کردن). به‌منظور درک بهتر این فرآیند، اجزای آن در شکل شماره ۱ نشان داده شده است.

اگرچه در پژوهش‌های مختلف، از چرخه‌های کم و بیش متفاوتی استفاده می‌شود، ولی مراحل اساسی که تقریباً، در همه چرخه‌های مدل‌سازی دیده می‌شوند، یکسان هستند. معمولاً از

1 Kaiser & Schwarz

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

ساده‌ترین چرخه که شامل چهار مرحله است، برای آموزش مدل‌سازی به دانش‌آموزان استفاده می‌شود و از چرخه‌های پیچیده‌تر، بیشتر برای آموزش معلمان ریاضی استفاده می‌شود[۱].



شکل ۱. چرخه فرآیند مدل‌سازی (فرشافل، ۲۰۰۲؛ کِیزِر و شوارتز،۲۰۰۶)

منظور از اصطلاح مدل‌سازی و کاربرد در مقاله حاضر، تکرار چرخه مدل‌سازی (شکل ۱) برای حل مسائل دنیای واقعی در آموزش ریاضی مدرسه‌ای است. گاهی ممکن است اصطلاح مدل‌سازی و کاربرد در قلمرو زمانی و مکانی دیگری استفاده شود که با منظور این مقاله متفاوت است. به‌عنوان مثال، از اصطلاح مدل‌سازی در رشته ریاضی کاربردی یا در رشته‌های مختلف مهندسی استفاده می‌شود که با آنچه در این مقاله مدنظر است، متفاوت است[۲].

علاوه بر این، از اصطلاح مدل‌سازی، در کتاب درسی آمار و مدل‌سازی دبیرستان نیز استفاده شده است (بخشعلی‌زاده، پاشا و رستگار، ۱۳۸۸). برای نمونه، در صفحه ۸ این کتاب، بیان مسئله به زبان ریاضی، به‌عنوان مدل‌سازی تعریف شده است که فقط ناظر به‌صورت‌بندی مسئله از دنیای واقعی به دنیای ریاضی است. درمجموع در این کتاب درسی، مثال‌هایی از مسائل دنیای واقعی دیده می‌شود، ولی مدل‌سازی به معنای چرخه مدل‌سازی، وجود ندارد.

۱ برای مشاهده نمونه‌ای برای چرخه پیچیده‌تر، به رفیع پور (۱۳۹۱)، مراجعه شود.

۲ مدل‌سازی مسایل پیچیده‌ای مانند مدل‌سازی ترافیک در یک شهر بزرگ هدف آموزش ریاضی مدرسه‌ای نیست. بلکه در آموزش ریاضی مدرسه‌ای بیشتر با موقعیت‌های کمتر پیچیده‌ای روبرو هستیم که یک شهروند عادی ممکن است در زندگی آتیه خود با آن‌ها مواجه شود (مثلاً انتخاب بهترین شرکت بیمه‌گذار.)

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

این در حالی است که در ادبیات پژوهشی حوزه آموزش ریاضی نیز، اصطلاحاتی وجود دارند که اگرچه دارای معانی نزدیکی به مدل‌سازی هستند، ولی با آن فرق دارند. به‌عنوان مثال، اصطلاح **سواد عددی** که ناظر بر درک عددی و استفاده از آن است (ویلیس، ۱۹۹۰ و کاکرافت، ۱۹۸۲)، یا اصطلاح **سواد فضایی** که مستلزم درک جهان سه‌بعدی است که در آن زندگی می‌کنیم (دی لنگ، ۲۰۰۳). هم‌چنین، در متون پژوهشی آمریکای شمالی، از اصطلاح **سواد کمی** به‌وفور استفاده می‌شود که منظور، چگونگی استفاده از کمیت‌ها، تغییر و رابطه است (استین، ۲۰۰۱). بااین‌وجود، هسته اصلی **سواد ریاضی که** در مطالعه پیزا به‌منظور سنجش توانایی دانش‌آموزان ۱۵ ساله در استفاده از دانش ریاضی‌شان، مورد استفاده قرار گرفت، **مدل‌سازی** است (رفیع پور و استیسی، ۲۰۰۹). در مقابل مسائل مدل‌سازی، منظور از **کاربرد استاندارد**، مسائلی هستند که در آن‌ها، دانش‌آموزان می‌دانند باید از چه تکنیک ریاضی استفاده نمایند (نیس، بلوم و گالبرایت، ۲۰۰۷). درواقع در مسائل کاربرد استاندارد، مسیر حرکت از دنیای ریاضی به سوی دنیای واقعی است، درحالی‌که در فرآیند مدل‌سازی، این جهت برعکس است.

از طرف دیگر، گالبرایت (۲۰۰۷)، توضیح می‌دهد که گاهی استفاده از نرم‌افزارهای[1] تطبیق یک منحنی تقریبی بر روی نقاط داده شده، به‌عنوان مدل‌سازی ریاضی قلمداد می‌شود، درحالی‌که این نرم‌افزارها، فقط ابزارهایی برای انجام مدل‌سازی هستند و نمی‌توانند به‌عنوان فعالیت مدل‌سازی، طبقه‌بندی شوند.

بالاخره، دسته دیگری از مسئله‌ها که بیشترین قرابت را با مسائل مدل‌سازی دارند، **مسائل کلامی** هستند، چراکه هر دو دسته، در قالب **کلام**، ارائه می‌شوند. مسائل کلامی در برنامه درسی و کتاب‌های درسی ریاضی نقش پررنگی دارند و برای معلمان ریاضی و سایر درست اندرکاران آموزش ریاضی، شناخته شده هستند. ولی بین مسائل کلامی و مسائل مدل‌سازی، تفاوت عمده‌ای وجود دارد. مسائل مدل‌سازی به‌واسطه شکل‌گیری در موقعیت‌های دنیای واقعی، در دو بُعد معناداری و هدف، از مسائل کلامی متمایز می‌شوند (گالبرایت، ۲۰۰۷). در مسائل مدل‌سازی، مسائل از دنیای واقعی برآمده‌اند، درنتیجه معنادارند، ولی در مسائل کلامی، الزاماً این‌گونه نیست. در مسائل مدل‌سازی، هدف مواجهه با دنیای واقعی است، درحالی‌که در مسائل

1 Curve Fitting

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

کلامی، هدف، یادگیری حل این نوع مسائل و تمرین بیشتر است. برای روشن شدن این تفاوت، گالبرایت (۲۰۰۷، ص ۸۰) به نقل از پولاک (۱۹۶۹)، مثال زیر را آورده است.

ساندویچ فروشی، همبرگر، سوسیس و پیتزا می‌فروشد. در یک روز، تعداد همبرگرهای فروخته شده، ۳ برابر تعداد پیتزاها و تعداد سوسیس‌های فروخته شده، ۵ برابر تعداد پیتزاها بود. درمجموع، تعداد پیتزاها و همبرگرهای فروخته شده ۱۷۶ عدد بود. این فروشگاه در آن روز، چه تعداد از این دو نوع غذا فروخت؟

اگرچه این مسئله در دنیای واقعی و به‌صورت کلامی بیان شده است، ولی نیازمند ورود به دنیای واقعی و مهارت‌های لازم برای مواجهه در این دنیا مثلاً این‌که فروشنده چگونه در مورد معاش خود تصمیم‌گیری می‌کند، نیست و اطلاعاتی در این زمینه، ارائه نشده است. این در حالی است که مسائل کلامی در برنامه درسی اکثر کشورها، به‌طور سنتی وجود داشته و دارد و وجود چنین مسائلی در برنامه‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای، باارزش و ضروری هستند، ولی با مسائل مدل‌سازی، فرق دارند. البته به گفته فرشافل (۲۰۰۲) و گریر، فرشافل و موخاپدیای (۲۰۰۷)، **مسائل کلامی تفسیری**[1]، می‌توانند تمرین‌های خوبی برای مسائل مدل‌سازی محسوب شوند.

- **مثال‌هایی از مدل‌سازی**

برای درک بهتر چرخه مدل‌سازی، در ادامه چند مثال با زمینه‌های مختلف دنیای واقعی و زمینه‌های ریاضی ارائه می‌شوند.

- **مثال اول (انتخاب بهینه)**

در مثال زیر که از هوگارد (۲۰۱۰) اقتباس شده است، یک مسئله مدل‌سازی را نشان می‌دهد که داده‌های عددی ندارد و مربوط به یافتن بهترین وسیله حمل و نقل است. پیش‌فرض اصلی در این‌گونه مسائل آن است که معمولاً، پاسخ یکتایی وجود ندارد و هر بحث مستدلی، می‌تواند به‌عنوان پاسخ درست مسئله، محسوب گردد.

1 Problematic Word Problem (P-item)

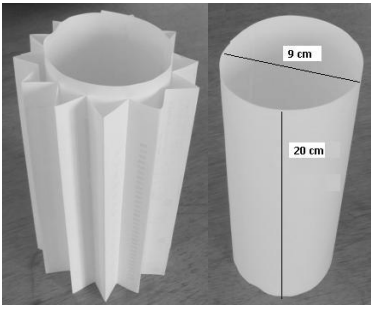
[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

با توجه به امکانات شهر خود و بر اساس قیمت‌ها و در نظر گرفتن همه شرایط ازجمله محیط‌زیست، به نظر شما، بهترین وسیله حمل و نقل در این شهر، کدام است؟ در این مورد بحث کنید.

- **مثال دوم (چراغ چینی)**

مسئله چراغ چینی، یکی از مسائل طراحی شده برای مطالعه پیزا در سال ۲۰۱۲ بود که بنا به دلایل تکنیکی در رابطه با ارزشیابی، از مجموعه مسائل این مطالعه، کنار گذاشته شد (استیسی، ۲۰۱۲). این مسئله، با مثال بالا متفاوت است و دارای داده‌های کمّی است.

ماریا می‌خواهد لامپ چینی بسازد. هر لامپ از دو تکه کاغذ درست شده است. کاغذ اول به‌صورت استوانه و کاغذ دوم با استفاده از تا زدن و درست کردن ۱۲ مثلث (شکل ۲) ایجاد می‌شود. قطر این استوانه ۹ و ارتفاع آن ۲۰ سانتی‌متر است. مثلث‌های ساخته شده بر اثر تا کردن کاغذ دوم، تقریباً مثلث‌های متساوی‌الاضلاع تشکیل داده‌اند.



شکل ۲. لامپ چینی (استیسی، ۲۰۱۲)

سؤال ۱: *در فروشگاه، کاغذهایی با عرض ۲۰ سانتی‌متر و طول‌های متفاوت وجود دارد. کدام گزینه، کمترین طولی است که کاغذ باید داشته باشد تا ماریا بتواند استوانه را بسازد؟ (توجه کنید که ۰.۵ سانتی‌متر، برای چسبانیدن لبه‌های کاغذ در نظر بگیرید.)*

الف) ۲۰ سانتی‌متر ب) ۳۰ سانتی‌متر ج) ۴۰ سانتی‌متر

د) ۵۰ سانتی‌متر ه) ۶۰ سانتی‌متر

سؤال ۲: *در ساختن لامپ، طول کاغذ تا شده برای ساخت مثلث‌ها، چند برابر طول*

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

کاغذی است که برای ساختن استوانه صرف شده است؟

الف) تقریباً ۱.۵ برابر ب) تقریباً ۲ برابر

ج) تقریباً ۳ برابر د) تقریباً ۱۲ برابر

سؤال ۳: *ماریا قصد دارد لامپ چینی مشابهی تولید کند. کدام تغییر، می‌تواند طول کاغذ تا شده را تغییر بدهد؟*

الف) *اندازه استوانه را ثابت نگه می‌داریم و اندازه زاویه بیرونی در ۱۲ مثلث را از ۶۰ درجه به حدود ۳۰ درجه تغییر می‌دهیم. (بله/ خیر)*

ب) *اندازه استوانه را ثابت نگه می‌داریم و تعداد مثلث‌ها را، از ۱۲ عدد به ۲۰ عدد تغییر می‌دهیم. (بله/ خیر)*

ج) *قطر استوانه را تغییر می‌دهیم. در کاغذ تاشده، برای ساختن لایه بیرونی، تغییری نمی‌دهیم. (بله/ خیر)*

- **مثال سوم (زمینه ریاضی)**

برخی از مسائل مدل‌سازی، با زمینه ریاضی ارتباط نزدیک‌تری دارند. به‌طور مثال در مسئله زیر، از دانش‌آموزان خواسته شده تا یک تعمیم جبری را، اثبات کنند.

فرض کنید یک مربع دو در دو مانند شکل ۳، از روزهای یک ماه مشخص را در اختیار دارید:

۱	۲
۸	۹

شکل ۳. برشی ۲*۲ از یک ماه در تقویم

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

تفاضل حاصل‌ضرب اعداد روی قطرها را محاسبه کنید. سپس مربع‌های دو در دوی دیگری را بیابید که بزرگ‌ترین تفاضل را داشته باشد (مارتینز و برزوئلا، ۲۰۰۹.)

دانش‌آموزان پس از امتحان کردن اعداد موجود در جدول روزهای هر ماه (شکل شماره ۴)، درمی‌یابند که جواب همواره ۷- است. در قسمت دوم مسئله، از دانش‌آموزان خواسته شده است که نشان دهند نتیجه همواره ۷- است. برای این کار، لازم است که دانش‌آموزان، با استفاده از عبارت‌های جبری، این حکم را ثابت کنند.

جمعه	پنجشنبه	چهارشنبه	سه‌شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه
٥	٤	٣	٢	١		
١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦
١٩	١٨	١٧	١٦	١٥	١٤	١٣
٢٦	٢٥	٢٤	٢٣	٢٢	٢١	٢٠
		٣١	٣٠	٢٩	٢٨	٢٧

شکل ٤. همه روزهای یک ماه سی و یک روزی در تقویم

ادبیات پژوهشی

یکی از دیدگاه‌های پیشرو در بحث مدل‌سازی و کاربردها، رویکرد **آموزش ریاضی واقعیت-مدار**[1] است که توسط **فرودنتال**[2]، ریاضی‌دان و آموزشگر ریاضی هلندی، در واکنش به **دوره ریاضی جدید**[3]، پیشنهاد شد. با اتخاذ این رویکرد، **مؤسسه فرودنتال** در اوتریخت هلند، فعالیت‌های پژوهشی قابل‌توجهی انجام داده و مقالات و کتاب‌های مؤثری منتشر نموده است. از سال ۱۹۸۹ در مؤسسه فرودنتال، مسابقاتی در زمینه مسائل زمینه‌مدار با عنوان A-Lympiad

1 Realistic Mathematic Education

برای توضیحات بیشتر درباره آموزش ریاضی واقعیت مدار، به مقاله غلام‌آزاد در همین شماره مراجعه نمایید.

2 Freudenthal

3 New Math Era

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

طراحی و اجرا می‌شود[۱]. ازنظر دورمن و همکاران (۲۰۰۷)، این مسابقات تفرجگاه تجربی برای حل مسئله توسط دانش‌آموزان دبیرستانی است که خارج از نظام ارزشیابی رسمی مدرسه‌ای قرار دارد[۲].

فعالیت دیگری که در این زمینه انجام شد، اختصاص چهاردهمین مطالعه کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی[۳]، به این موضوع بود که در سال ۲۰۰۷، به چاپ رسید. این کتاب، یکی از منابع اصلی برای آشنایی با حوزه مدل‌سازی و کاربردها است.

از این‌ها گذشته، پیزا یکی از مطالعاتی است که در سطح بین‌المللی به‌خوبی شناخته شده است و تأکیدش بر مدل‌سازی و کاربردهاست. این مطالعه برای سنجش سواد ریاضی دانش‌آموزان ۱۵ ساله در کشورهای عضو سازمان همکاری توسعه اقتصادی، طراحی شده است.

همچنین، تاکنون مجلات علمی-پژوهشی متعددی در نقاط مختلف جهان، شماره‌های ویژه‌ای را به موضوع مدل‌سازی اختصاص داده‌اند. به‌عنوان‌مثال، مجله آلمانی پژوهش در آموزش ریاضی[۴]، در سال ۲۰۰۶، مجله پژوهشی تدریس ریاضی[۵] در سال ۲۰۱۰ و مجله پژوهشی آموزش ریاضی استرالیا[۶] در سال ۲۰۱۱ ویژه‌نامه‌ای در خصوص مدل‌سازی و کاربردها، منتشر نمودند. توجه به مدل‌سازی و کاربردها به‌عنوان یک حوزه پژوهشی نوظهور و باارزش، به همین‌جا ختم نمی‌شود. برای نمونه، می‌توان به کتاب سال انجمن آموزشگران ریاضی سنگاپور در سال ۲۰۱۰ با موضوع مدل‌سازی اشاره نمود.

بالاخره، گروه بین‌المللی معلمان علاقه‌مند به مدل‌سازی و کاربردها[۷]، به‌عنوان یکی از گروه‌های وابسته به کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی[۱]، از سال ۱۹۸۳، کنفرانس‌های دو سالانه‌ای را در

1 http://www.fisme.science.uu.nl/alympiade/en/alympiade-1.htm

۲ در همین راستا، خانه ریاضیات اصفهان هم از سال ۱۳۸۶، به‌صورت سالانه در این مسابقات شرکت می‌کند. خانه ریاضیات کرمان نیز داوطلب شرکت در این مسابقات شده است.

3 ICMI Study14

4 ZDM: (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik) The International Journal on Mathematics Education

5 Journal of Mathematics Didaktik

6 MERJ

7 The International Community of Teachers of Mathematical Modeling and Applications (ICTMA)

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

زمینه مدل‌سازی برگزار می‌کند. این گروه تاکنون، ۱۵ کنفرانس برگزار کرده است و تاکنون، مجموعه مقالات مربوط به ۱۳ دوره از این کنفرانس‌ها، به‌صورت کتاب و توسط ناشران مطرح جهانی ازجمله اشپرینگر، به چاپ رسیده‌اند.

در داخل نیز پژوهش‌های مختلفی در حوزه مدل‌سازی و کاربردها انجام شده است که در ادامه مرور خواهند شد تا کاستی‌ها مشخص شوند و بتوان از این طریق، رهنمودهایی برای پژوهش‌های آتی ارائه نمود[۲].

یکی از مطالعات پیشرو در این زمینه، پژوهش رفیع‌پور و گویا (۱۳۸۹) است که در آن، نگرش معلمان ریاضی ایرانی در خصوص مسائل مدل‌سازی و کاربرد بررسی شده است. در این پژوهش، معلوم شد که بعضی از معلمان ریاضی، معتقدند که مسائل کاربردی، جزئی از مسائل ریاضی نیستند و بهتر است در درس‌هایی مانند اقتصاد مطرح شوند. نتایج دیگر این مطالعه نشان دادند که کمبود منابع مرتبط با مدل‌سازی و کاربرد به زبان فارسی، وجود ارزشیابی‌های بیرونی مانند کنکور و امتحانات نهایی که فاقد مسائل مدل‌سازی هستند و ضعف دانش محتوایی و پداگوژیکی معلمان ریاضی از عوامل کم توجهی به مسائل مدل‌سازی در فرآیند یاددهی و یادگیری ریاضی در کشور است.

پژوهش دیگری که توسط رفیع‌پور و استیسی (۲۰۰۹) انجام شد، نشان داد مسایل کتاب درسی تازه تألیف پایه نهم (اول دبیرستان) در ایران (۱۳۸۸) کمتر مربوط به مدل‌سازی است و بیشتر، جزو دسته **کاربرد استاندارد** طبقه‌بندی می‌شود. در پیگیری این مطالعه، پژوهش دیگری توسط رفیع‌پور، استیسی و گویا (۲۰۱۲) انجام شد که در آن، کتاب درسی تازه تألیف پایه نهم ایران، با یکی از پراستفاده‌ترین کتاب‌های درسی ریاضی پایه نهم استرالیا به‌عنوان یکی از کشورهای پیشرو در زمینه مدل‌سازی و کاربرد، مقایسه شد و ویژگی‌های بارز این دو کتاب درسی،

1 International Commission on Mathematical Instruction (ICMI)

۲ با توجه به هدف مقاله حاضر که در مورد مدل‌سازی و کاربردها به معنایی است که در ادبیات پژوهشی این حوزه مطرح است، لذا پژوهش‌هایی که در مورد معنای عام «کاربرد ریاضی» انجام شده‌اند، در این بررسی لحاظ نشده‌اند.

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

شناسایی شدند. یافته‌های این پژوهش نشان داد که تنوع زمینه‌ها[1] در مسائل کتاب درسی ایران محدود است، درحالی‌که در کتاب‌های درسی ریاضی استرالیایی، تنوع زمینه‌ها بیشتر است.

از این‌ها گذشته، در اولین همایش تحول بنیادین در نظام برنامه درسی ایران که در اردیبهشت ۱۳۹۰ در مشهد برگزار گردید، سه مقاله در حوزه مدل‌سازی و کاربردها ارائه شد. در یکی از مقاله‌ها، حوزه مدل‌سازی و کاربردها توسط رفیع‌پور (۱۳۹۰ الف) معرفی شد و ضرورت توجه به آن در فرآیند یاددهی –یادگیری ریاضی، تبیین شد. در مقاله دیگری، زمینه‌های زندگی واقعیِ بومی مانند پدیده ریز گردها، به‌عنوان موقعیتی چالش آور برای بعضی دانش‌آموزان ایرانی که بارها با آن مواجه شده‌اند، برای طراحی مسائل مدل‌سازی ریاضی، معرفی شدند (آگاه، فدایی و رفیع‌پور، ۱۳۹۰). هم‌چنین، پژوهشی در مورد ارزشیابی از فعالیت‌های مدل‌سازی انجام شد، زیرا ارزشیابی این نوع فعالیت‌ها، با ارزشیابی مسائل مرسوم ریاضی متفاوت است و رویکردهای متفاوتی را می‌طلبد (احمدپور، فدایی و رفیع‌پور، ۱۳۹۰.)

در رابطه با آشنایی معلمان با این رویکرد، رفیع پور (۱۳۹۰ ب) به این موضوع اشاره کرده است که باوجود توجه به مدل‌سازی و کاربردها در سند برنامه درسی ملی و کتاب‌های تازه تألیف، از معلمان ریاضی برای اجرای مسائل مدل‌سازی در کلاس‌های درس، کمتر حمایت شده است. به گفته آگاه، فدایی و گویا (۱۳۹۱)، تشکیل کارگاه‌های آموزشی مدل‌سازی برای معلمان، می‌تواند ازجمله این حمایت‌ها باشد. بالاخره، در مطالعه رفیع‌پور (۱۳۹۰ ج)، به برخی از منابع موردنیاز برای اتخاذ رویکرد مدل‌سازی و کاربردها در برنامه‌های درسی ریاضی دانشگاهی، مانند «مسابقه مدل‌سازی ویژه دانشجویان» و «پروژه آکسفورد» به‌عنوان دو نمونه، اشاره شده است.

بررسی این پیشینه معلوم می‌کند که باوجود تلاش‌های فزاینده، هنوز منابع موجود در ادبیات پژوهشی ایران و جهان در این حوزه، اندکند و جا دارد که به این حوزه، بیشتر پرداخته شود.

نادیده گرفتن عقل سلیم در حل مسائل کلامی

در پژوهش مشترک رفیع‌پور و کریمیان‌زاده (۱۳۹۰) و کریمیان زاده و رفیع‌پور (۱۳۹۱)، پدیده نادیده گرفتن عقل سلیم در حل مسائل دنیای واقعی، مورد بررسی قرار گرفت. در این پژوهش،

1 Context

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

از ۲۰ دانش‌آموز پایه دوم دبیرستان خواسته شد که چند مسئله ازجمله مسئله **دویدن محمد** را حل کنند.

محمد ۱۰۰ متر را در ۱۷ ثانیه می‌دود. چه قدر طول می‌کشد تا او، یک کیلومتر را بدود؟

همه دانش‌آموزان، به‌عنوان پاسخ این مسئله، عدد ۱۷۰ را ارائه کردند و هیچ‌کدام، تفسیری برای جواب عددی خود عرضه نکردند. در این پژوهش، یکی از دلایل احتمالی برای نادیده گرفتن عقل سلیم توسط دانش‌آموزان، تجربه قبلی آن‌ها در کلاس‌های درسی ریاضی عنوان شد. برای مثال، مسئله‌ای در کتاب پایه اول دبیرستان (ص. ۱۱۶) وجود دارد که در آن، نمودار دویدن یک فرد، خط در نظر گرفته شده است که این امر، استثنا نیست؛ یعنی، بسیاری از مسائل کتاب‌های درسی ریاضی که **در ظاهر**، برگرفته از دنیای واقعی هستند، به‌طور ضمنی، به دانش‌آموزان می‌باورانند که لزومی ندارد مسئله را در دنیای واقعی ببینند.

بدین سبب، در پژوهش دیگری که توسط فرامرزپور و رفیع‌پور (۱۳۹۱) انجام شد، نظر معلمان ریاضی دوره راهنمایی، در خصوص علل وقوع پدیده نادیده گرفتن عقل سلیم توسط دانش‌آموزان، در موقع حل مسائل مدل‌سازی، مورد بررسی قرار گرفت[1]. فرشافل[2] (۲۰۰۲) و گریر، فرشافل و موخاپدیای (۲۰۰۷) نیز با نگارش مقالات متعدد و کتاب در خصوص مسائل کلامی، به پدیده نادیده گرفتن عقل سلیم در حل مسائل کلامی اشاره نموده‌اند و گنجانیدن مسائل کلامی تفسیری را در کتاب‌های درسی ریاضی، راه‌حلی محتمل، برای رویارویی مناسب با این پدیده، دانسته‌اند.

گزارش یک پژوهش با تمرکز بر ارزشیابی سطوح شایستگی مدل‌سازی

در سومین جشنواره خانه ریاضیات کرمان، بخشی طراحی شده بود که در آن، دانش‌آموزان پایه دوم دبیرستان توسط ادارات آموزش و پرورش، از مدارس سطح شهر انتخاب شدند و برای شرکت در کارگاه‌های آموزشی به دانشگاه شهید باهنر کرمان آمدند. یکی از این کارگاه‌های آموزشی، کارگاه مدل‌سازی و کاربردها بود. در کارگاه مدل‌سازی و کاربرد، دانش‌آموزان در هر

۱نتایج این پژوهش، در مجله رشد آموزش ریاضی شماره ۱۱۲ به چاپ رسیده است.

2 Verschaffel

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

نوبت، به‌صورت گروهی بر روی یک مسئله کار می‌کردند. این مسئله در ابتدای هر جلسه توسط دانش‌آموزان شرکت‌کننده و از بین پنج مسئله موجود در کتابچه کارگاه‌ها، انتخاب می‌شد. در انتخاب مسئله‌ها، تلاش شد تا حد ممکن، زمینه‌ها به واقعیت‌های زندگی دانش‌آموزان ایرانی، نزدیک شوند. به‌عنوان مثال، در زیر، سه نمونه از مسئله‌هایی که در کارگاه مدل‌سازی و کاربردها ارائه شد، معرفی می‌گردند.

مسئله مکالمه با تلفن همراه *(کیاسر و ماب، ۲۰۰۷): نرخ مکالمه با تلفن‌های همراه، چه رابطه‌ای با عادت‌های مکالمه افراد دارد؟ مجموعه مقرراتی تدوین کنید تا افراد را در انتخاب اپراتور تلفن همراه، کمک نماید.*

مسئله مکالمه با تلفن همراه، از ادبیات پژوهشی گرفته شد، ولی برای طراحی زمینه مسئله، از داده‌های مربوط به شرکت‌های ایرانی تلفن همراه، استفاده گردید.

مسئله خرید اتومبیل: *فرض کنید ۱۵ میلیون تومان پول دارید و می‌خواهید اتومبیل مناسبی را خریداری کنید. اکنون با توجه به اطلاعاتی که در سایت شرکت‌های خودروساز ایرانی وجود دارد، خودرو انتخابی خود را با ذکر دلیل مشخص نمایید.*

مسئله خرید اتومبیل، جرح و تعدیل شده یک مسئله در مطالعه پیزا (۲۰۰۳) بود[1] و برای حل آن، تمام اطلاعات مربوط به مصرف سوخت، ایمنی، اندازه اتومبیل و نظایر آن، در برگه‌هایی، به هر گروه از دانش‌آموزان ارائه شده بود. درواقع تنها ایده، از پیشینه پژوهشی اقتباس شد، اما مسئله بر اساس اطلاعات موجود در منابع ایرانی، طراحی شد. لازم به ذکر است که اطلاعات لازم از وبگاه شرکت‌های خودروسازی ایران استخراج شده بود.

مسئله ریاضیات با طعم آناناس *(لودویک و ژو، ۲۰۱۰): یک شیوه برای پوست کردن آناناس، در شکل ۵ نشان داده شده است. به نظر شما، چرا فروشنده، آناناس را به شیوه‌ای که در تصویر زیر آمده، پوست می‌کند؟ دلایل خود را به زبان ریاضی توضیح دهید.*

۱اصل این مسئله در پیوست مقاله رفیع پور و گویا (۱۳۸۹) آمده است.

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]



شکل ۵. نحوه پوست کندن آناناس توسط یک فروشنده

مسئله «ریاضیات با طعم آناناس»، عیناً از متون پژوهشی ترجمه شد. دلیل این کار، جذابیت مسئله و آشنایی دانش‌آموزان ایرانی با زمینه مسئله بود. در ادامه، جزییات بیشتری از روش اجرا و نتایج کار دانش‌آموزان شرکت کننده در کارگاه مدل‌سازی و کاربردها با تمرکز بر مسئله ریاضیات با طعم آناناس ارائه خواهد شد.

روش اجرا

در کارگاه مدل‌سازی و کاربردها با تمرکز بر مسئله ریاضیات با طعم آناناس، ۲۳ دانش‌آموز دختر رشته ریاضی و تجربی پایه دوم دبیرستان، شرکت داشتند. این کارگاه در مدت ۹۰ دقیقه اجرا شد. به این ترتیب که پس از بیان مقدمات، تاریخچه مختصری از مدل‌سازی شامل آشنایی با چرخه مدل‌سازی (شکل ۱)، بیان شد (۱۰ دقیقه). سپس فیلمی که نحوه پوست کندن آناناس را نشان می‌داد، پخش شد و در ادامه از دانش‌آموزان سؤال شد: چرا فروشنده، آناناس را به این صورت پوست می‌کند؟ (۵ دقیقه) پس از درک مسئله، دانش‌آموزان به‌صورت گروهی مشغول بحث شدند و به راه‌حل مسئله فکر کردند (۴۵ دقیقه). در ادامه نماینده هر گروه راه‌حل ارائه شده توسط گروه‌شان را به کلاس ارائه نمود (۲۰ دقیقه). در پایان نیز جمع‌بندی کارگاه توسط نویسنده این مقاله در مورد پاسخ‌های دانش‌آموزان به کلاس ارائه شد (۱۰ دقیقه).

چارچوب نظری

برای کدگذاری برگه‌های پاسخ از چارچوب نظری لودویک و ژو (۲۰۱۰) استفاده شد که شامل شش سطح است. این سطوح به همراه توضیح مختصر برای هر یک، در شکل ۶ آمده است.

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

سطح ۰: موقعیت را درک نمی‌کنند و قادر نیستند مطلب را در مورد مسئله طرح کرده یا بنویسد.

سطح ۱: فقط می‌توانند موقعیت مسئله را درک نمایند. ولی نمی‌توانند این موقعیت را ساده کنند یا نمی‌تواند ارتباط بین ایده‌های ریاضی را بفهمند.

سطح ۲: پس از بررسی موقعیت، می‌توانند یک مدل واقعی را بیان نمایند. ولی نمی‌توانند آن را به یک مسئله ریاضی تبدیل کنند.

سطح ۳: علاوه بر فهمیدن مدل واقعی، آن را به یک مسئله ریاضی ترجمه می‌کنند. ولی نمی‌توانند آن مسئله را در دنیای ریاضی حل کنند.

سطح ۴: می‌توانند یک مسئله ریاضی از موقعیت واقعی بیرون کشیده و آن را در دنیای ریاضی حل کنند. ولی قادر به تفسیر نتایج نیستند.

سطح ۵: می‌توانند چرخه مدل‌سازی را به‌طور کامل تجربه کنند. همچنین می‌توانند راه‌حل مسئله ریاضی را نسبت به موقعیت، جرح و تعدیل نمایند.

شکل ۶. سطوح شایستگی مدل‌سازی برگرفته از لودویک و ژو (۲۰۱۰)

چارچوب نظری لودویک و ژو (۲۰۱۰) بر اساس چرخه مدل‌سازی بلوم و نیس (۲۰۰۵) تعریف شده‌اند. این چرخه شامل هفت مرحله زیر است.

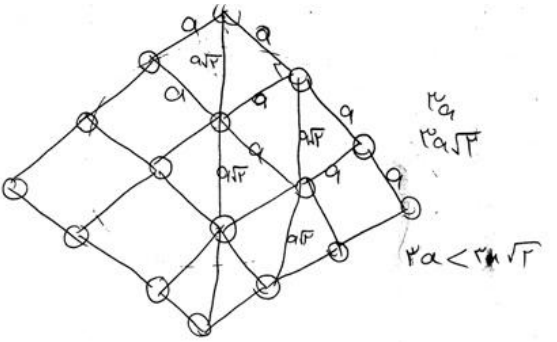
a. فهمیدن مسئله و ساختن مدل موقعیتی؛
b. ساده کردن مدل موقعیتی (تصویر ذهنی از موقعیت مسئله) و ساختن مدل واقعی؛
c. ریاضی‌وار کردن و ساختن مدل ریاضی از روی مدل واقعی؛
d. کار کردن با مفاهیم ریاضی در دنیای ریاضی؛
e. تفسیر کردن جواب‌های ریاضی به دنیای واقعی؛
f. ارزیابی کردن نتایج دنیای واقعی در مقابل مدل موقعیتی؛
g. نشان دادن ارتباط مدل موقعیتی با موقعیت واقعی که مسئله از آنجا شروع شده است.

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

هر یک از سطوح شش‌گانه شایستگی مدل‌سازی لودویگ و ژو (۲۰۱۰) متناظر با یک یا چند گام از چرخه مدل‌سازی بلوم و نیس (۲۰۰۵) است. به‌طوری‌که سطح ۰ متناظر با موقعیت قبل از گام a است و دانش‌آموز هنوز در فهم مسئله مشکل دارد. سطح ۱ متناظر با مرحله‌ای بین گام a و b است. سطح ۲ متناظر با گام b است. سطح ۳ متناظر با ساختمان مدل ریاضی است که همان گام c است. دستیابی به سطح ۴ به این معنا است که دانش‌آموز گام d را در چرخه مدل‌سازی انجام داده است. سطح ۵ متناظر با این است که دانش‌آموز چرخه مدل‌سازی را در قیاس با گام ۵ و ۶ طی کرده است.

پاسخ‌های دانش‌آموزان

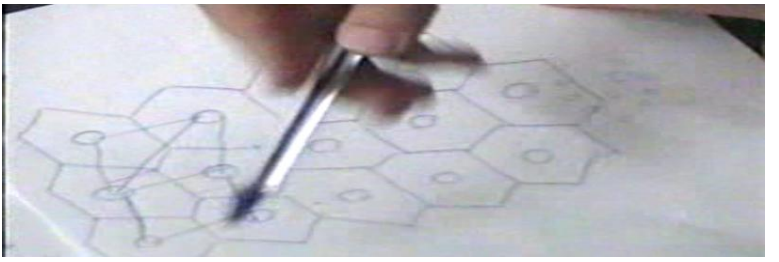
گروه اول پاسخ خود را به این صورت ارائه نمودند. آن‌ها با رسم شکل ۷ گفتند که اگر نقاط را روی یک صفحه در نظر بگیریم، آنگاه هر چهار نقطه یک مربع را تشکیل می‌دهند. اگر ضلع مربع a باشد و به‌صورت عمودی سه خانه را ببریم باید $۳a\sqrt{۲}$ را طی کنیم؛ اما اگر از روی ضلع‌ها ببریم برابر $۳a$ می‌شوند. می‌دانیم که $۳a < ۳a\sqrt{۲}$ است، بنابراین هدررفت آناناس در روشی که فروشنده آناناس به کار می‌برد، کمتر است. آن‌ها در این روش از قضیه فیثاغورس استفاده نمودند.



شکل ۷. تجسم شکل به‌صورت مربع‌های مورب و محاسبه طول قطر

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

گروه دوم تصویری دو بعدی از خال‌های سیاه میوه آناناس بر روی کاغذ ترسیم کرد (شکل ۸). این گروه از دانش‌آموزان این تصویر را شبیه به لانه‌ی زنبورعسل رسم کردند و سپس راه‌های محتمل برای برش آناناس را بررسی کردند.



شکل ۸: تشبیه به لانه زنبور

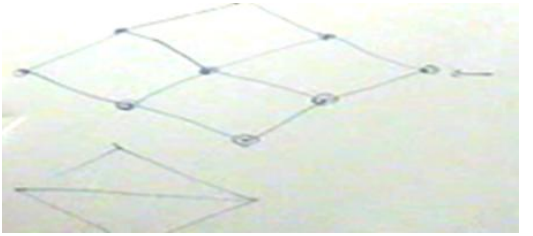
گروه سوم نیز شکل آناناس را از حالت سه بعدی به حالات دو بعدی تجسم کردند. سپس خال‌های سیاه میوه آناناس و نحوه‌ی برش دادن آن را بر روی شکل دو بعدی بررسی کردند (شکل ۹).



شکل ۹: تجسم آناناس به‌صورت دو بعدی

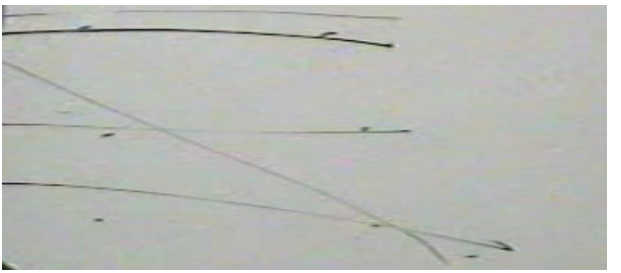
گروه چهارم این‌گونه استدلال کرد که اگر سطح آناناس را مانند شکل ۱۰ در نظر بگیریم، متوجه تعدادی لوزی می‌شویم. حال به دو روش می‌توان نقاط سیاه را حذف کرد. یکی به‌صورت مورب و دیگری به‌صورت افقی. حال اگر ما یک لوزی را در نظر بگیریم، می‌بینیم که یک قطر آن از قطر دیگر آن بلندتر است. به‌طور مثال اگر در برش افقی، ۱۰ سانتیمتر را برش بدهیم ۵ نقطه سیاه برداشته خواهد شد ولی در برش مورب به خاطر اینکه فاصله‌ی نقاط از یکدیگر کمتر است، تعداد نقاط بیشتری را بر می‌داریم.

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]



شکل ۱۰: تجسم شکل به‌صورت لوزی‌های به هم چسبیده

گروه پنجم خال‌های سیاه آناناس را نقطه به نقطه و مطابق شکل ۱۱ ترسیم نمود. سپس مسیرهای مورب و افقی را به شکل اضافه کردند. آن‌ها این‌گونه ادامه دادند که حالا باید بررسی کنیم و ببینیم کدام برش، مساحت کمتری دارد؟ در برش مورب باید مسیر کوتاه‌تری را طی کنیم و درنتیجه طول کمتر و مساحت کمتری را باید طی کنیم.



شکل ۱۰: تجسم مسئله به‌صورت نقاط و ترسیم خطوط

نتایج

برگه‌های حاوی پاسخ، با استفاده از چارچوب نظری شکل ۶ تجزیه و تحلیل شدند. از یادداشت‌های میدانی و فیلم ویدئویی کارگاه نیز برای تجزیه و تحلیل بهتر برگه‌های دانش‌آموزان، استفاده شد. نتایج حاصل در جدول (۱) آمده است. همان‌طور که در جدول (۱) دیده می‌شود، تنها یکی از گروه‌های دانش‌آموزی توانستند به بالاترین سطح شایستگی مدل‌سازی برسند و جواب کاملاً درستی برای این مسئله ارائه نمایند. بقیه گروه‌ها علیرغم تلاش بسیار نتوانستند مدل ریاضی مطلوبی را برای چرایی جوابشان بیابند؛ بنابراین در سطح دوم متوقف شدند. هرچند که همه این گروه‌ها موفق شدند، درک خوبی از مدل موقعیتی به دست آورند.

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

جدول (۱). سطوح شایستگی مدل‌سازی گروه‌های دانش‌آموزی شرکت‌کننده در کارگاه

شماره ردیف گروه	تعداد اعضای گروه	سطح شایستگی مدل‌سازی
۱	۵	سطح پنجم
۲	۵	سطح دوم
۳	۵	سطح دوم
٤	۵	سطح دوم
۵	۳	سطح دوم

جمع‌بندی

ازآنجایی‌که یکی از قلمروهای آموزش ریاضی در برنامه درسی ملی ایران، مدل‌سازی است، توجه به پژوهش‌های بومی در این حوزه، اهمیت دوچندانی می‌یابد. با توجه به فعالیت‌های پژوهشی ذکر شده، حرکت به سمت توسعه فعالیت‌های مدل‌سازی و کاربردها آغاز شده، اما مسیری طولانی در پیش‌رو است. در پژوهش حاضر پس از معرفی حوزه مدل‌سازی و کاربرد در آموزش ریاضی از طریق معرفی چرخه مدل‌سازی و بیان مثال‌های متنوع، ادبیات پژوهشی این حوزه در داخل و خارج از ایران مرور شد. سپس مراحل انجام یک پژوهش تجربی شامل روش انجام پژوهش، چارچوب نظری مورد استفاده برای تجزیه و تحلیل داده‌ها و نتایج، بیان شدند. نتایج به‌دست‌آمده حاکی از این بود که یکی از گروه‌ها به سطح پنجم سطوح شایستگی مدل‌سازی ریاضی (لودویگ و ژو، ۲۰۱۰) دست یافته است. این مطلب نشان‌گر این است که اجرای فعالیت‌های مدل‌سازی در کلاس‌های درسی نوعی ایرانی امکان‌پذیر است و دانش‌آموزان می‌توانند پس از دریافت آموزش مناسب، عملکرد خوبی را در حوزه حل مسائل دنیای واقعی به نمایش بگذارند.

در پایان، به برخی از سؤال‌های پژوهشی باز اشاره می‌شود که هر یک از آن‌ها، می‌توانند مسیرهای مناسبی را برای تحقیقات آتی، ترسیم کنند.

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

- یک مسئله مدل‌سازی اصیل[1] برای دانش‌آموز نوعیِ[2] ایرانی، چه ویژگی‌هایی دارد؟
- چگونه می‌توان مسائل کلامی سنتی را که معمولاً در کتاب‌های درسی دیده می‌شوند، به مسائل کلامی تفسیری تبدیل کرد؟ چه فواید آموزشی خاصی برای این کار وجود دارد؟
- چگونه می‌توان فعالیت‌های مدل‌سازی را با برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای، تلفیق کرد؟
- مزایا، محدودیت‌ها و مشکلات تلفیق فعالیت‌های مدل‌سازی با تجارب روزانه کلاس درس چه هستند؟
- چگونه می‌توان از معلمان، در فرآیند استفاده از فعالیت‌های مدل‌سازی بومی، حمایت کرد؟
- چگونه می‌توان فعالیت‌های مدل‌سازی را ارزشیابی کرد؟ آیا می‌توان این‌گونه ارزشیابی‌ها را در قالب ارزشیابی‌های سنتی گنجانید؟

منابع

آگاه، ز، فدایی، م؛ و رفیع پور، الف. (۱۳۹۰). مدل‌سازی ریاضی در برنامه درسی آموزش عمومی: بودن یا نبودن؟ *مجموعه مقالات اولین همایش ملی تحول بنیادین در نظام برنامه درسی ایران*. مشهد، ایران. صص ۵۲۶-۵۲۲.

احمدپور، ف. فدایی، م؛ و رفیع پور، الف. (۱۳۹۰). مدل سازی: راهی برای ورود دنیای واقعی به کلاس درس. مجموعه مقالات *اولین همایش ملی تحول بنیادین در نظام برنامه درسی ایران*. مشهد، ایران. صص ۵۲۱-۵۱۶.

بخشعلی زاده، ش؛ پاشا، ع و رستگار، الف. (۱۳۸۸). *کتاب درسی آمار و مدل‌سازی*. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی. وزارت آموزش و پرورش.

---

۱. یکی از مهم‌ترین چالش‌های حوزه مدل‌سازی و کاربردها، طراحی مسائلی است که از نگاه دانش‌آموزان، اصیل و معنادار باشند. این معناداری و اصالت، به قلمرو زمانی و مکانی مخاطبان نیز بستگی داشته و رابطه تنگاتنگی با این دو متغیر دارد. به‌عنوان مثال، مسئله‌ای که زمینه آن مربوط به چگونگی استفاده از **مترو** است، برای دانش‌آموزان یک شهر که از مترو به‌صورت روزانه استفاده می‌کنند، معنادار است، ولی برای دانش‌آموزان شهر دیگری که تاکنون از مترو استفاده نکرده‌اند، معنادار نیست.

2 Typical

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

رفیع پور، الف ؛ و گویا، ز. (۱۳۸۷). پیش‌بینی برخی از نتایج دانش آموزان ایرانی در پیزا. *مجموعه مقالات دهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران*. مرداد ۸۷ یزد، ایران.

رفیع پور، الف و گویا، ز. (۱۳۸۹). ضرورت و جهت تغییرات آموزشی در برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران از دیدگاه معلمان ریاضی. *مجلهٔ علمی پژوهشی نوآوری‌های آموزشی*. وزارت آموزش و پرورش. ایران. بهار ۱۳۸۹. شماره ۳۳. صص ۹۱-۱۲۰.

رفیع پور، الف. (۱۳۹۰ الف). رویکرد مدل‌سازی و کاربرد به یاددهی و یادگیری ریاضی. *مجموعه مقالات اولین همایش ملی تحول بنیادین در نظام برنامه درسی ایران*. مشهد، ایران. صص ۴۲۷- ۴۲۳.

رفیع پور، الف. (۱۳۹۰ ب). آموزش معلمان ریاضی در حوزه مدل‌سازی و کاربردها. *مجموعه مقالات سومین همایش ملی آموزش*. تهران، ایران. ص ۷۴.

رفیع پور، الف. (۱۳۹۰ ج). استفاده از مسائل مدل‌سازی و کاربرد در برنامه درسی ریاضی دانشگاهی. *گزارش چهل و دومین کنفرانس ریاضی کشور*. رفسنجان، ایران صص ۱۹۰-۱۸۷.

رفیع پور، الف و کریمیان زاده، اعظم. (۱۳۹۰). ارائه پاسخی خطی به یک مسئله غیرخطی. *گزارش چهل و دومین کنفرانس ریاضی کشور*. رفسنجان، ایران. صص ۱۹۴-۱۹۱.

رفیع پور، الف. (۱۳۹۱). تحلیل محتوای مسائل کتاب حسابان بر اساس رویکرد مدل‌سازی. *فصلنامه مطالعات برنامه درسی ایران*. سال ششم، شماره ۲۴، صص ۱۳۵-۱۵۶.

کریمیان زاده، ا. رفیع پور، ا. (۱۳۹۱). نادیده گرفتن عقل سلیم در حل مسائل دنیای واقعی. *مجله رشد آموزش ریاضی*. شماره ۱۰۷، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش. صص ۴۴-۳۷.

Cockcroft, W. H. (Chairman). 1982, *mathematics counts: report of the committee of Inquiry into the teaching of mathematics in schools*, HMSO, London, UK.

De Lange, J. (2003). Mathematics for Literacy. In B.L. Madison & L.A. Steen (Eds.), *Quantitative Literacy. Why Numeracy Matters for Schools and Colleges* (pp. 75-89). Princeton, NJ: The National Council on Education and the Disciplines. (Retrieved from: http://www.maa.org/ql/pgs75_89.pdf & http://unjobs.org/authors/jan-de-lange)

Doorman, M. Drijvers, P. Dekker, T. Heuvel-Panhuizen M. de Lange, J. & Wijers, M. (2007). Problem solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands. In Torner, G. Schoenfeld, A.H. Reiss, K.M. (Eds.) *Problem solving around the world: Summing up the state of the art. Special Issue of ZDM Mathematics Education (On Problem*

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

Solving around the World), vol. 39 (5-6) pp. 405–418. Springer.

English, L. D. (2010 a). Young children's early modeling with data. *Mathematics Education Research Journal. Vol. 22*, No. 2. Pp. 24-47. Springer.

English, L. D. (2010 b). Modeling with Complex data in the primary school. In Lesh, R. Galbraith, P.L. Haines, C. R. Hurford, A. (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies (ICTMA 13),* Pp. 287-300. Springer.

English, L. D. (2012). Data modeling with first-grade students. Educational Studies in Mathematics. DOI 10.1007/s10649-011-9377-3.

Galbraith, P. (2007). Beyond the Low Hanging Fruit. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, M. Niss, (Eds.): *Modelling and Applications in Mathematics Education: ICMI Study 14,* (pp. 79-88). New York: Springer.

Greer, B. Verschaffel, L. & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children's experience. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.W. Henne, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education (ICMI Study 14)* (pp. 89-98). New York: Springer.

Højgaard, T. (2010). Communication: The Essential difference between mathematical Modeling and problem solving. In Lesh, R. Galbraith, P.L. Haines & C. R. Hurford, A. (Eds.), M*odeling Students' Mathematical Modeling Competencies (ICTMA 13),* Pp. 255-264. Springer.

Kaiser, G. & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik ZDM,_the International Journal on Mathematics Education*, 36(2), 196-208.

Ludwig, M.; Xu, B. (2010). A Comparative Study of Modeling Competencies among Chinese and German Students. *Journal for didactics of Mathematics. Vol 31*. pp: 77–97.

Martinez M. V. & Brizuela, B. M. (2009). Modeling and proof in high school. In Tzekaki, M. Kaldrimidou, M. & Sakonidis, H. (Eds). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4,* pp. 113-120. Thessaloniki, Greece, PME.

Niss, M. Blum, W. Galbraith, P. (2007). Part 1: Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, M. Niss, (Eds.), *Modelling and Applications in*

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]

Mathematics Education: ICMI Study 14, (pp. 3-32). New York: Springer.

Pollak, H. (2007). Mathematical modeling - A conversation with Henry Pollak. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, M. Niss, (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: ICMI Study 14*, (Pp. 109-120). New York: Springer.

Rafiepour, A. and Stacey, K. (2009). Applying a mathematical literacy framework to the Iranian Grade 9 mathematics textbook. In Tzekaki, M. Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4*, pp. 433-440. Thessaloniki, Greece: PME.

Rafiepour, A. Stacey, K. & Gooya, Z. (2012). Investigating grade nine textbook problems for characteristics related to mathematical literacy. *Mathematics Education Research Journal. vol. 24*, no. 1. Springer.

Stacey, K. (2012). The International Assessment of Mathematical Literacy: PISA 2012 Framework and items. *Proceedings of 12th International Congress on Mathematical Education*. Pp. 921-938. COEX, Seoul, Korea: ICME12.

Steen, L. A. (Ed). (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. New Jersey: The Woodrow Wilson National Fellowship Foundation.

Verschaffel, L. (2002). Taking the modeling perspective seriously at the elementary school level: promises and pitfalls (plenary lecture). In A.D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceeding of the 26th Conference of the international group for the psychology of mathematics education, vol. 1* (pp. 64-80). Norwich, England University of East Anglia.

Willis, S. (1990). Numeracy and society: the shifting ground. In Sue Willis. (Editor). *Being Numerate: What counts?* By the Australian Council for educational research. Australia.

[Downloaded from c4i2016.khu.ac.ir on 2026-10-31]