

# مطالعه آزمایشگاهی تأثیر نسبت تمرکز تنش در مقاومت برشی بستر ماسه‌ای مسلح شده با ستون سنگی

مجید اصلانی<sup>۱</sup>، جواد نظری افشار<sup>۲\*</sup>

۱. دانشگاه آزاد اسلامی، واحد لنجان، گروه مهندسی عمران

۲. دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شهر قدس، گروه مهندسی عمران

پذیرش ۹۷/۰۹/۲۶

تاریخ دریافت ۹۷/۰۶/۱۲

## چکیده

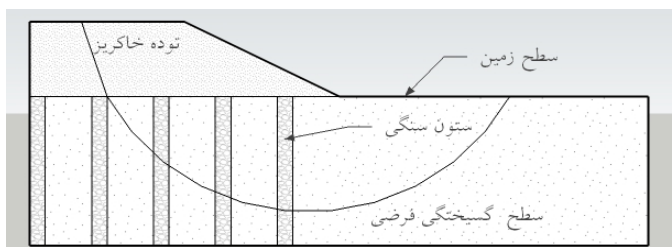
نسبت تمرکز تنش ( $n$ ) یکی از پارامترهای مهم در امر بهسازی زمین به روش ستون سنگی است. مقدار نسبت تمرکز تنش ( $n$ ) که به صورت نسبت تنش وارد بر ستون سنگی به تنش وارد بر توده خاک اطراف تعریف می‌شود. در این مقاله نتایج حاصل از بررسی آزمایشگاهی به منظور بررسی تغییرات نسبت تمرکز تنش در هنگام اعمال بارهای قائم و برشی هم‌زمان استفاده شده است. برای مدل‌سازی فیزیکی از دستگاه برش مستقیم بزرگ با ابعاد  $۳۰۵ \times ۳۰۵$  میلی‌متر و ارتفاع  $۱۵۲,۴$  استفاده شده است. برای محاسبه میزان تنش وارد بر ستون‌های سنگی و خاک اطراف از لودسل‌های مینیاتوری استفاده شده است. آزمایش‌ها در سه آرایش قرارگیری ستون سنگی شامل آرایش منفرد و مثلث و مربعی، در سه نسبت ناحیه اصلاح شده  $۱/۴$  و  $۱۲$  و  $۱۶/۴$  درصد و ۳ سربار قائم ۵۵ و ۷۵ و ۱۰۰ کیلوپاسکال انجام شد. در ساخت بستر و ستون سنگی به ترتیب از ماسه سست و سنگ شکسته استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد نسبت تمرکز تنش با افزایش قطر ستون سنگی و تنش قائم کاهش می‌یابد و هم‌چنین نسبت تمرکز تنش در آرایش مربع دارای بیش‌ترین و در آرایش منفرد دارای کم‌ترین مقدار است. در تمامی آرایش‌های قرارگیری ستون سنگی مقدار نسبت تمرکز تنش تا میزان جابه‌جایی افقی برابر ۲ تا ۳ میلی افزایش و بعد از آن با افزایش جابه‌جایی افقی مقدار نسبت تمرکز تنش کاهش می‌یابد و تقریباً به مقدار ثابتی می‌رسد. مقایسه پارامترهای برشی معادل به دست آمده از نتایج آزمایش و روابط تحلیلی در حالت‌ها نسبت تمرکز تنش برابر با ۱ و نسبت تمرکز تنش واقعی بدست آمده از نتایج آزمایش‌ها بیان‌گر آن است که

مقادیر پارامترهای مقاومت برشی معادل حاصل از نتایج آزمایش‌ها بیش‌تر از مقادیر حاصل از روابط تحلیلی است. هم‌چنین در نظر گرفتن نسبت تمرکز تنش برابر با ۱ در محاسبات پارامترهای مقاومت برشی محافظه‌کارانه است و محاسبه پارامترهای مقاومت برشی معادل واقعی باید بر اساس نسبت واقعی تمرکز تنش محاسبه شود.

واژه‌های کلیدی: ستون سنگی، نسبت تمرکز تنش، مقاومت برشی معادل، برش مستقیم

### مقدمه

استفاده از ستون سنگی یکی از روش‌های مفید، اقتصادی و سازگار با محیط‌زیست در بهسازی خاک است. ستون سنگی در افزایش پایداری شیروانی‌ها، ظرفیت باربری خاک زیر پی، مقاومت برشی در خاک‌های رسی و سیلتی و سرعت تحکیم و کاهش نشست‌پذیری خاک کاربرد دارد. این روش مبتنی بر تعویض ۱۵ الی ۳۵ درصد حجم خاک نامرغوب به وسیله ماسه یا شن یا سنگ‌ریزه است [۱]، [۲]. در زمین‌های چسبنده نرم و غیرچسبنده سست سیلان جانبی<sup>۱</sup> [۳] در خاک ممکن است رخ دهد و در نتیجه باعث راندگی جانبی<sup>۲</sup> در ستون‌های سنگی شود. این سیلان جانبی باعث می‌شود که ستون‌های سنگی تحت حرکت جانبی توده خاک و در نتیجه تحت تنش‌های برشی قرار بگیرند (شکل ۱) [۴]. تحقیقات زیادی در خصوص ظرفیت باربری قائم ستون‌های سنگی به‌روش مطالعه عددی [۵]–[۹] و چه در حالت آزمایشگاهی [۹]–[۱۳] انجام شده است. نتایج حاکی از آن است که مهم‌ترین عامل در افزایش ظرفیت باربری ستون‌های سنگی نسبت ناحیه اصلاح‌شده، نوع خاک اطراف ستون سنگی، زاویه اصطکاک مصالح ستون سنگی و طول ستون‌های سنگی است.



شکل ۱. احداث خاکریز روی بستر بهسازی شده با ستون سنگی [۴]

1. Lateral flow
2. Lateral thrust

از آنجاکه ستون سنگی نسبت به خاک اطراف دارای سختی بیش‌تری است، از این‌رو، تمرکز تنش در ستون سنگی و کاهش تنش در خاک اطراف ایجاد می‌شود. نسبت تمرکز تنش (n) برابر نسبت تنش در ستون سنگی به تنش خاک اطراف است. محاسبه نسبت تمرکز تنش در پیش‌بینی پارامترهای نشست و تجزیه پایداری در زمینه‌ای بهسازی شده با ستون سنگی بسیار مؤثر است. با این وجود هیچ راه حل دقیق برای ارائه یک تخمین مناسب برای نسبت تمرکز تنش وجود ندارد و انتخاب آن بر اساس برآورد تجربی و اندازه‌گیری‌های واقعی از طریق آزمایش بارگذاری در محل و یا تجربه مهندسين است. تعداد زیادی از محققین نشان دادند که نسبت تمرکز تنش برای ستون‌های سنگی که برای تقویت پی استفاده شده است معمولاً بین مقدار ۲-۶ و بیش‌تر در محدوده ۳-۴ قرار دارد [۱۴]-[۱۵]. بارکسدال و باچوز (۱۹۸۳) ضریب تمرکز تنش را بین ۲,۵ تا ۵ اعلام کردند [۳]. گرین وود (۱۹۹۱) مقدار ضریب تمرکز تنش را تا ۲۵ در زمین‌های رسی بسیار نرم در سطح تنش پایین اندازه‌گیری کرد [۱۶]. بررسی آزمایشگاهی به‌وسیله فتاح و همکاران (۲۰۱۱) برای تعیین نسبت تمرکز تنش در ستون‌های سنگی تحت بار قائم انجام شد [۱۷]. نتایج بیان‌گر آن است که نسبت تمرکز تنش برای ستون‌های سنگی با نسبت طول به قطر ۸ در خاک بستر با مقاومت برشی زهکشی نشده ۶ کیلوپاسکال در زمان قرارگیری تعداد ۱ تا ۴ عدد ستون سنگی در زیر صفحه بارگذاری دارای نسبت تمرکز تنش به‌ترتیب برابر با ۱,۴ و ۲,۴ و ۲,۷ و ۳,۷ است و نسبت تمرکز تنش با کاهش نسبت طول به قطر به ۶ به مقادیر ۱,۲ و ۲,۲ و ۲,۵ و ۲,۸ کاهش می‌یابد. قضاوی و نظری افشار (۲۰۱۳) [۱۳] بررسی آزمایشگاهی برای تعیین نسبت تمرکز تنش در ستون‌های سنگی تحت بار قائم بر ستون‌های سنگی با قطر ۶۰ و ۸۰ و ۱۰۰ میلی‌متر و نسبت طول به قطر ستون سنگی برابر ۵ انجام دادند. نتایج نشان‌دهنده تغییرات نسبت تمرکز تنش بین ۲,۲-۳,۳ و ۳-۵,۶ و ۳,۱-۵,۱ برای ستون‌های با قطر ۶۰ و ۸۰ و ۱۰۰ میلی‌متر به‌ترتیب است.

راجاکوپال و همکاران (۲۰۰۸) و موهاپاترا و همکاران (۲۰۱۶) تعدادی آزمایش در دستگاه برش مستقیم، به‌منظور بررسی رفتار ستون‌های سنگی مسلح و غیرمسلح تحت بارگذاری برشی انجام دادند [۱۸]، [۴]. نتایج بیان‌گر افزایش مقاومت برشی به‌دلیل وجود ستون‌های سنگی غیرمسلح و مسلح در خاک است. در ستون‌های سنگی غیرمسلح گسیختگی

در صفحه برش رخ داده و در ستون‌های سنگی مسلح تحت تغییر شکل خمشی قرار بدون هیچ‌گونه گسیختگی در پوشش ژئوسنتتیک قرار می‌گیرند.

در پژوهش‌های مربوط به ستون‌های سنگی به دلیل پیچیدگی‌های موجود در محاسبات، روش‌های متعددی برای ساده‌سازی هندسه این مسائل پیشنهاد شده است. یکی از این روش‌ها، استفاده از روش سطح معادل است. در این روش ستون‌های سنگی به همراه خاک اطراف آن با یک خاک با پارامترهای معادل جای‌گزین می‌شود. پارامترهای معادل از طریق معدل‌گیری وزنی پارامترهای خاک و مصالح ستون سنگی محاسبه می‌شوند. یکی از پارامترهای تأثیرگذار در محاسبه پارامترهای معادل در روابط تحلیلی نسبت تمرکز تنش است. پژوهش‌های موجود بیان‌گر آن است که محاسبه نسبت تمرکز تنش بر اساس روش‌های تجربی و تحلیلی است و هیچ‌گونه بررسی آزمایشگاهی موجود شامل تعیین نسبت تمرکز تنش تحت بارهای قائم است و هیچ‌گونه بررسی آزمایشگاهی در خصوص تعیین نسبت تمرکز تنش در ستون‌های سنگی در شرایط اعمال هم‌زمان بارهای قائم و برشی انجام نشده است و خلأ تحقیقاتی در این زمینه محسوس است. با توجه به اهمیت تعیین پارامتر نسبت تمرکز تنش، در این پژوهش با استفاده از ابزاربندی تخصصی مناسب به ثبت و بررسی نسبت تمرکز تنش در ستون‌های سنگی در شرایط مختلف بار قائم و آرایش مختلف ستون سنگی در دستگاه برش مستقیم پرداخته شده و از نتایج حاصل برای بررسی و مقایسه اختلاف پارامترهای مقاومت برشی (زاویه اصطکاک داخلی و چسبندگی) حاصل از نتایج آزمایش‌ها و مقادیر پارامترهای مقاومت برشی معادل حاصل از روابط تحلیلی پرداخته شده است.

### نسبت تمرکز تنش

با قرار دادن خاکریز یا پی روی خاک مسلح شده با ستون سنگی تمرکز تنش در ستون سنگی رخ می‌دهد و در خاک پیرامونی با سختی کم‌تر، کاهش تنش روی می‌دهد. دلیل این پدیده را می‌توان این‌گونه بیان کرد که چون نشست ستون سنگی و خاک اطراف تقریباً یکسان است پس در نتیجه بار به نسبت سختی پخش می‌شود و چون ستون سنگی دارای سختی بیش‌تری نسبت به اطراف است سهم باربری آن بیش‌تر است و تمرکز تنش در آن به وجود می‌آید. نسبت تمرکز تنش را می‌توان با ضریبی بدون بعد به نام نسبت تمرکز تنش ( $n$ ) به صورت رابطه (۱) بیان می‌شود.

$$n = \frac{\sigma_c}{\sigma_s} \quad (1)$$

$n$  = نسبت تمرکز تنش،  $\sigma_c$  = تنش وارد بر ستون سنگی،  $\sigma_s$  = تنش وارد روی توده خاک  
حجم خاک جای‌گزین شده با مصالح ستون سنگی اثر بسیار مهمی بر عملکرد خاک  
بهسازی شده دارد. بدین منظور نسبتی به نام نسبت ناحیه اصلاح شده ( $A_r$ ) که حاصل تقسیم  
سطح ستون‌های سنگی بر سطح کل ناحیه اصلاح شده است به صورت رابطه (۲) بیان می‌شود.

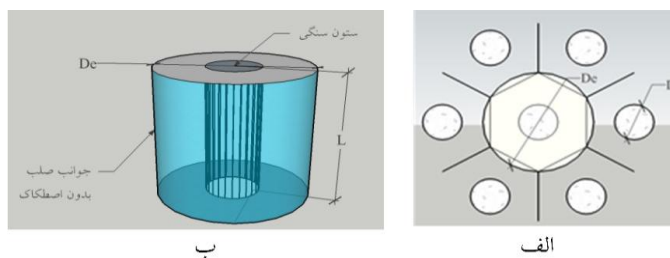
$$A_r = \frac{A_c}{A_s + A_c} \quad (2)$$

$A_c$  = مساحت افقی مجموع ستون‌های سنگی،  $A_s$  = مساحت افقی خاک اطراف ستون‌های سنگی  
برای ارائه یک تصویر واقعی از وضعیت دقیق زمین بهسازی شده با ستون‌های سنگی،  
طراحی ستون‌های سنگی و هم‌چنین الگوی قرارگیری آنها نیاز به در نظر گرفتن نسبت توزیع  
تنش بین خاک و ستون سنگی است. مهم‌ترین هدف این پژوهش ثبت و ارائه نتایج  
آزمایشگاهی برای تعیین عدد  $n$  با ساخت مدل‌های فیزیکی ستون سنگی با آرایش‌های منفرد،  
مربع و مثلثی در نسبت‌های جای‌گزینی مختلف در دستگاه برش مستقیم است. در این پژوهش  
ثبت مقدار  $n$  از طریق لود سل‌های تعبیه شده در صفحه فوقانی دستگاه برش مستقیم در حین  
وارد شدن بار قائم و برشی امکان‌پذیر و انجام شده است.

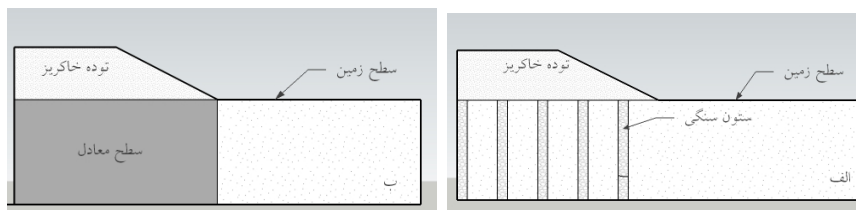
### بررسی پارامترهای معادل

برای اهداف تحلیل ظرفیت باربری، نشست و پایداری در زمین‌های بهسازی شده با  
ستون سنگی می‌توان یک ستون سنگی و خاک پیرامون آن را مطابق شکل ۲ الف به صورت  
یک‌پارچه در نظر گرفت. اگرچه سطح پیرامونی تشکیل یک شش‌وجهی منظم را در اطراف  
ستون سنگی می‌دهد ولی می‌توان آن را با دایره معادل و مساحتی یکسان تقریب زد. استوانه  
در نظر گرفته شده شامل ستون سنگی و خاک پیرامونی به عنوان یک سلول واحد شکل ۲ ب  
شناخته می‌شود. مدل سلول واحد به طور گسترده‌ای در تحلیل‌های عددی استفاده شده است  
و جزئیات آن بررسی شده است. مدل سلول واحد در این روش با وجود ستون سنگی و  
خاک اطراف نمونه بررسی شده به صورت ناهمگن است. یکی از روش‌های ساده‌سازی،  
استفاده از سلول واحد به صورت همگن است. روش همگن‌سازی عبارت است از جای‌گزینی

ستون‌های سنگی و خاک نرم اطراف آن با یک خاک همگن معادل با خواص بهبود یافته خاک است (شکل ۳). استفاده از این مدل باعث ساده‌سازی در هندسه مسئله می‌شود. ساده‌ترین پیشنهاد برای محاسبه پارامترهای خاک همگن معادل متوسط‌گیری وزنی پارامترهای ستون سنگی و خاک اطراف در نسبت ناحیه اصلاح شده متناظر آن است.



شکل ۲. مفهوم سلول واحد [۳]



شکل ۳. قرارگیری خاکریز روی زمین بهسازی با ستون سنگی (الف) ستون سنگی مجزا (ب) سطح معادل [۱۹]

چنان‌که بیان شد پارامترهای خاک در روش سطح معادل از طریق متوسط‌گیری وزنی پارامترهای خاک و ستون سنگی محاسبه می‌شوند. بارکسداال و باجوز رابطه (۳) را برای محاسبه زاویه اصطکاک داخلی معادل پیشنهاد کردند [۳].

$$[\tan\phi]_{ave} = \frac{\gamma_c \cdot A_r \cdot \tan\phi_c + \gamma_s \cdot (1 - A_r) \cdot \tan\phi_s}{\gamma_{ave}} \quad (3)$$

در رابطه (۳)  $\gamma_{avs} = A_r \gamma_c + (1 - A_r) \gamma_s$  است که  $\gamma_{avs}$  وزن واحد حجم معادل و  $\gamma_c$  وزن واحد حجم مصالح ستون سنگی،  $\gamma_s$  وزن واحد حجم مصالح بستر است.

کوپر و رز (۱۹۹۹)، ابوشرار و هان (۲۰۱۱) رابطه (۴) را برای محاسبه زاویه اصطکاک داخلی معادل ارائه کردند [۲۰]، [۱۹]:

1. Equivalent homogeneous soil

$$\phi_{ave} = \tan^{-1}(a_s \cdot \tan \phi_c + (1 - a_s) \tan \phi_s) \quad (۴)$$

کریستولاس و همکاران (۱۹۹۷) رابطه (۵) را برای محاسبه زاویه اصطکاک داخلی معادل ارائه کردند [۲۱].

$$\phi_{ave} = A_r \phi_c + (1 - A_r) \phi_s \quad (۵)$$

چنان‌که در روابط ۳ و ۴ و ۵ مشخص است اثر نسبت تمرکز تنش در این روابط دیده نشده است و همه پارامترهای مقاومت برشی خاک معادل با در نظر گرفتن نسبت تمرکز تنش برابر با ۱ محاسبه شده است. پرایب (۱۹۷۸) به‌منظور تأثیر نسبت تمرکز تنش در محاسبه زاویه اصطکاک داخلی معادل رابطه (۶) را پیشنهاد کرد [۲۲].

$$\phi_{ave} = \tan^{-1}(\omega \cdot \tan \phi_c + (1 - \omega) \cdot \tan \phi_s) \quad (۶)$$

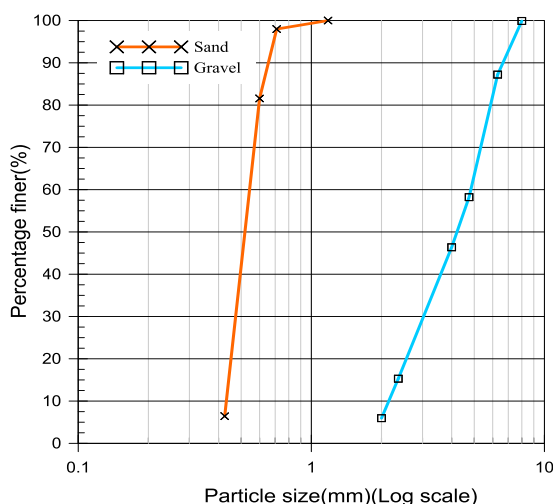
در رابطه (۶)  $\phi = \frac{A_r \cdot n}{1 + A_r(n - 1)}$  است. در روابط مذکور  $\phi_{ave}$  = زاویه اصطکاک معادل  $\phi_c$

زاویه اصطکاک مصالح ستون سنگی و  $\phi_s$  = زاویه اصطکاک مصالح بستر و  $A_r$  نسبت ناحیه اصلاح شده است. لیکن در اکثر پژوهش‌ها و کارهای مهندسی از رابطه (۶) به‌دلیل معلوم نبودن مقدار نسبت تمرکز تنش استفاده نمی‌شود و در صورت استفاده مقدار نسبت تمرکز تنش برابر ۱ فرض می‌شود که این موجب غیرواقع بینانه شدن محاسبات و حتی غیراقتصادی شدن آن می‌شود.

### مشخصات مصالح استفاده شده برای ساخت بستر سست و ستون سنگی

برای تعیین پارامترهای مکانیکی مصالح بستر و ستون سنگی آزمایش‌های استاندارد لازم روی مصالح بستر و ستون سنگی انجام شد و مشخصات مصالح ماسه استفاده شده برای ساخت بستر در جدول ۱ و مشخصات مصالح استفاده شده برای ساخت ستون سنگی در جدول ۲ ارائه شده است. منحنی دانه‌بندی مصالح استفاده شده برای ساخت بستر و ستون سنگی در شکل ۴ نشان داده شده است. برای ساخت بستر سست ماسه‌ای از مصالح ماسه ریزدانه با قطر بین ۰/۴۲۵ تا ۱/۱۸ میلی‌متر و برای ساخت ستون سنگی از مصالح با قطر بین ۲ تا ۸ میلی‌متر استفاده شد. وزن مخصوص مصالح ماسه سست استفاده شده در بستر و مصالح ستون سنگی به‌ترتیب برابر با ۱۶ و ۱۶/۵ کیلونیوتن بر مترمکعب است که به‌ترتیب

معادل با تراکم نسبی  $32/5$  و  $80$  درصد است. از دلایل استفاده از مصالح ماسه برای خاک بستر می‌توان به سهولت قرارگیری، سهولت در دستیابی به انسجام بین آزمایش‌ها و اطمینان از تکرارپذیری رفتار مقاومتی مصالح در همه آزمایش‌ها نام برد. با توجه به نوع مصالح ماسه و شرایط خشک محیط، امکان ایجاد شرایط تحکیم یافته-زهکشی شده (CD) فراهم است.



شکل ۴. منحنی دانه‌بندی مصالح ماسه (S) و شن (G)  
جدول ۱. مشخصات مصالح ماسه ریزدانه (S) استفاده شده برای ساخت بستر

مقادیر	پارامتر
۲/۶۶	چگالی ویژه
۱۷/۵	وزن مخصوص خشک حداکثر ( $\text{kN/m}^3$ )
۱۵/۴	وزن مخصوص خشک حداقل ( $\text{kN/m}^3$ )
۱۶	وزن مخصوص خشک در تراکم نسبی $32/5$ ( $\text{kN/m}^3$ )
۳۳	زاویه اصطکاک در حالت حداکثر و تراکم نسبی $32/5$ (درجه)
۲	چسبندگی در حالت حداکثر ( $\text{kN/m}^2$ )
۳۰	زاویه اصطکاک در جابه‌جایی $30/5$ میلی‌متر و تراکم نسبی $32/5$ (درجه)
۵	چسبندگی در جابه‌جایی $30/5$ میلی‌متر ( $\text{kN/m}^2$ )
۱/۲۸	ضریب یکنواختی
۰/۹۳	ضریب انحنای
SP	طبقه‌بندی بر اساس سیستم متحد



## جدول ۲. مشخصات مصالح ماسه ریزدانه (S) استفاده شده برای ساخت بستر

مقادیر	پارامتر
۲/۷۰	چگالی ویژه
۱۷	وزن مخصوص خشک حداکثر ( $\text{kN/m}^3$ )
۱۴/۷	وزن مخصوص خشک حداقل ( $\text{kN/m}^3$ )
۱۶/۵	وزن مخصوص خشک در تراکم نسبی ۸۰٪ ( $\text{kN/m}^3$ )
۴۵	زاویه اصطکاک در حالت حداکثر و تراکم نسبی ۸۰٪ (درجه)
۱۶	چسبندگی در حالت حداکثر ( $\text{kN/m}^2$ )
۳۵	زاویه اصطکاک در جابه‌جایی ۳۰/۵ میلی‌متر و تراکم نسبی ۸۰٪ (درجه)
۱۲	چسبندگی در جابه‌جایی ۳۰/۵ میلی‌متر ( $\text{kN/m}^2$ )
۲/۱۸	ضریب یکتواختی
۰/۸۵	ضریب انحنای
GP	طبقه‌بندی بر اساس سیستم متحد

با توجه به اینکه ستون‌های سنگی بررسی شده در این پژوهش دارای قطر کم‌تری نسبت به موارد اجرایی در محل است، بنابراین باید ابعاد دانه‌ها با یک مقیاس مناسب برای شبیه‌سازی رفتار ستون‌های سنگی، کاهش یابد. مطابق با پیشنهاد نایاک (۱۹۸۳) و فتاح و همکاران (۲۰۱۱) اندازه دانه‌های مصالح ستون سنگی را بین  $\frac{1}{6}$  تا  $\frac{1}{7}$  قطر ستون‌های سنگی پیشنهاد کردند [۲۳]، [۱۷]. تحقیقات فاکس (۲۰۱۱) و استوبر (۲۰۱۲) و موهاپاترا (۲۰۱۶) نشان داد که نسبت  $\frac{1}{10}$  مناسب است [۲۵]، [۲۵]، [۴]. در ضمن طبق استاندارد ASTM-D-4767 برای نمونه‌های آزمایش سه محوری، نسبت قطر آزمون به بزرگ‌ترین اندازه مصالح سنگی نسبت ۶ به ۱ است. بر اساس استاندارد ASTM-D-3080 حداکثر قطر دانه‌های مصرفی باید حداکثر برابر یک‌دهم ابعاد طولی دستگاه یا یک ششم ارتفاع داخلی قالب هرکدام کم‌تر بود، باشد. در این پژوهش نسبت قطر دانه‌ها به قطر ستون سنگی برابر با  $\frac{1}{6}$  انتخاب و بر اساس قطر ستون‌های سنگی ارائه شده در جدول ۳، حداکثر قطر مصالح استفاده شده می‌تواند در محدوده ۸ تا ۲۳ میلی‌متر قرار بگیرد. با توجه به موارد مذکور قطر مصالح سنگی در محدوده ۲ تا ۸ میلی‌متر انتخاب شد.

## انجام آزمایش‌ها

## دستگاه برش مستقیم بزرگ

در این پژوهش بررسی نسبت تمرکز تنش و پارامترهای مقاومت برشی در خاکه‌ای

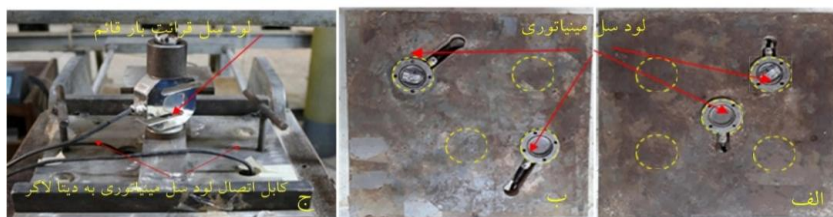
بهسازی شده با ستون سنگی تحت بارهای قائم و برشی در دستگاه برش مستقیم بزرگ مقیاس<sup>۱</sup> (LDST) با ابعاد  $305 \times 305$  میلی‌متر در صفحه و  $152/4$  میلی‌متر در ارتفاع انجام شد. بررسی‌های انجام‌گرفته به وسیله راجاکوپال و همکاران (۲۰۰۸) و موهاپاترا و همکاران (۲۰۱۶) در خصوص بررسی مقاومت برشی خاک‌های بهسازی شده با ستون سنگی در دستگاه برش مستقیم بیان‌گر آن است که با توجه به این‌که ابعاد جعبه آزمایش نسبت به ابعاد واقعی ستون سنگی کوچک است، به‌منظور نزدیک بودن جواب آزمایش‌ها با نتایج واقعی مورد استفاده در محل، باید تنش‌های قائم استفاده شده در آزمایش‌های برش مستقیم بر اساس سطح تنش‌های قائم واقعی وارد بر ستون سنگی در محل، محاسبه و اعمال شود [۱۸]، [۴]. بر این اساس، ۳ تنش قائم، معادل با ۵۵ و ۷۵ و ۱۰۰ کیلوپاسکال انتخاب شد که این مقادیر بر اساس بارگذاری توده خاکریزی به ارتفاع  $2/75$  تا ۵ متر در شرایط واقعی محل انتخاب شده است. جعبه دستگاه برش مستقیم از دو صفحه فوقانی و تحتانی تشکیل شده است که صفحه تحتانی در جهت افقی روی غلتک‌های صاف حرکت می‌کند و صفحه فوقانی در مقابل هر نوع حرکت گیردار است. برای اندازه‌گیری و ثبت نیروهای قائم و برشی در طول آزمایش، از دو لودسل کلاس S با ظرفیت ۲۰ کیلونیوتن و برای اندازه‌گیری جابه‌جایی‌های افقی از یک عدد خط کش دیجیتال (LVDT<sup>۲</sup>) استفاده شد (شکل ۵). برای جمع‌آوری و ثبت داده‌ها از یک دستگاه دیتالاگر استفاده شد. تمام آزمایش‌ها در سرعت جابه‌جایی افقی یکنواخت برابر با ۱ میلی‌متر در دقیقه تحت اعمال نیروی برش قرار گرفتند.



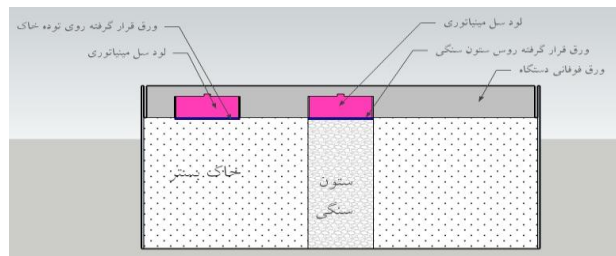
شکل ۵. دستگاه برش مستقیم و تجهیزات نصب‌شده روی آن

1. Large Direct Shear Test
2. Linear Variable Differential Transformer

یکی از اهداف این پژوهش ثبت و محاسبه نسبت تمرکز تنش در ستون‌های سنگی در آرایش‌های مختلف ستون سنگی مطابق با جدول ۳ است. بدین منظور تغییراتی در دستگاه برش مستقیم ایجاد شد. برای ثبت نیروهای وارد بر ستون سنگی و خاک اطراف از دو عدد لودسل مینیاتوری با ظرفیت ۵ کیلونیوتن استفاده شد. بدین منظور لودسل‌های مینیاتوری در پشت صفحه صلب فلزی بارگذاری به ابعاد  $305 \times 305$  میلی‌متر و ضخامت ۳۰ میلی‌متر مطابق شکل ۶ قرار داده شدند. با توجه به تغییر آرایش و نسبت ناحیه اصلاح‌شده و تغییر فواصل ستون سنگی، باید صفحات مناسب برای هر آرایش تهیه شود؛ بنابراین با توجه به آرایش‌های قرارگیری تعداد ۶ صفحه فلزی بارگذاری مختلف برای آزمایش‌ها تهیه شد. در تمامی صفحات تهیه شده دو محل برای قرارگیری لودسل مینیاتوری تعبیه شده است که در زمان آزمایش یک لودسل وظیفه قرائت تنش روی ستون سنگی و لودسل دیگر وظیفه قرائت تنش روی توده خاک اطراف را دارد. صفحه نشان داده شده در شکل ۶ الف برای آرایش‌های منفرد و مربع استفاده می‌شود و صفحه نشان داده شده در شکل ۶ ب برای آرایش‌های مثلثی استفاده شد. متناسب با هر نوع آرایش یکی از لودسل‌های مینیاتوری روی ستون سنگی و دیگری روی خاک قرار داده شد و بر اساس محاسبه تنش روی ستون سنگی و تنش موجود در خاک اطراف نسبت تمرکز تنش از رابطه (۱) محاسبه شد. در شکل ۶ ج طریقه نصب لودسل‌های مینیاتوری و قرارگیری صفحه فوقانی دستگاه برش نمایش داده شده است. بعد از اتمام ساخت نمونه به منظور انتقال دقیق بار به لودسل‌های مینیاتوری از صفحات فلزی با قطر متناسب با قطر ستون سنگی و ضخامت ۲ میلی‌متر در زیر محل قرارگیری لودسل استفاده شد. در شکل ۷ نحوه قرارگیری لودسل مینیاتوری و ورق‌های قرارگرفته در زیر آن را نمایش می‌دهد.



شکل ۶. صفحه فلزی بارگذاری تهیه شده برای: الف) آرایش منفرد و مربع، ب) آرایش مثلثی، ج) طریقه نصب صفحات و لودسل‌های کلاس S و مینیاتوری



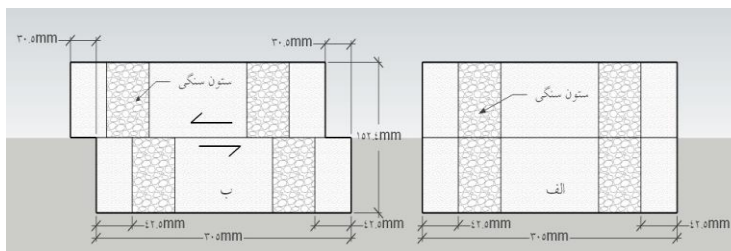
شکل ۷. نحوه قرارگیری لود سل مینیاتوری و ورق‌های واقع روی ستون سنگی و خاک بستر

### برنامه آزمایش

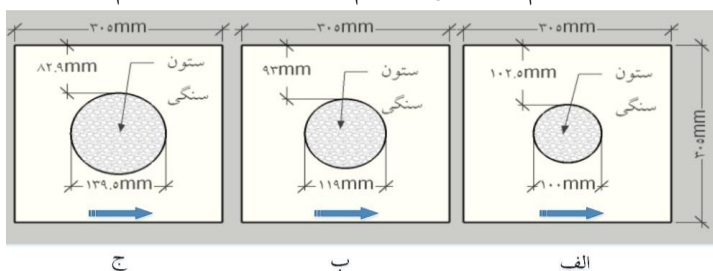
با توجه به اهداف اصلی این پژوهش که شامل بررسی تأثیر نسبت ناحیه اصلاح‌شده و تأثیر آرایش قرارگیری ستون‌های سنگی بر نسبت تمرکز تنش و پارامترهای مقاومت برشی خاک‌های بهسازی شده با ستون سنگی است، برنامه آزمایش‌ها مطابق جدول ۳ تهیه شد. در این پژوهش از سه آرایش ستون سنگی منفرد، مربعی و مثلثی استفاده شده است. همچنین آزمایش‌ها در سه نسبت ناحیه اصلاح‌شده مختلف انجام شد. مطابق با استاندارد انجام آزمایش مقاومت برشی در دستگاه برش مستقیم ASTM-D-3080، گسیختگی برشی خاک در حداکثر تنش برشی (در صورت وجود) یا در تنش برشی متناظر با ۱۰ درصد جابه‌جایی نسبی اتفاق می‌افتد. از این‌رو، ستون‌های سنگی برای دور بودن از اثرات مرزی حداقل باید به‌میزان ۳۰/۵ میلی‌متر (معادل با ۱۰ درصد ابعاد طولی دستگاه) از لبه‌های جعبه‌های دستگاه برش مستقیم فاصله داشته باشد. به‌منظور اطمینان از فاصله کافی، فاصله ستون سنگی با جدار دستگاه در جهت برش برابر ۴۲/۵ میلی‌متر انتخاب شد (شکل ۸). بر این اساس فاصله مرکز به مرکز ستون‌های سنگی در آرایش مربع و مثلث برابر 2D (D برابر قطر ستون سنگی است) در نظر گرفته شد. آرایش و محل جای‌گذاری ستون‌های سنگی در شکل‌های ۹ الی ۱۱ ارائه شده است. آرایش ستون سنگی منفرد در شکل ۹، آرایش مربع در شکل ۱۰ و آرایش مثلثی در شکل ۱۱ نشان داده شده است. در شکل‌های ۹ الی ۱۱ برای اعمال نیروی برشی با علامت فلش مشخص شده است. در این پژوهش تعداد ۱۱ سری آزمایش انجام شده است. از این تعداد آزمایش ۹ سری آزمایش روی ستون‌های سنگی در آرایش‌های مختلف و ۲ سری

#### 1. Boundry Effect

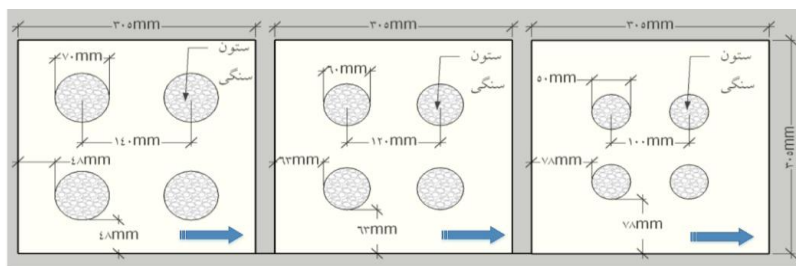
آزمایش برای تعیین مشخصات مصالح بستر و ستون سنگی انجام شده است. به منظور رسم پوش گسیختگی برای هر سری آزمایش برش مستقیم نیاز به انجام ۳ آزمایش در ۳ تنش قائم ۵۵ و ۷۵ و ۱۰۰ کیلوپاسکال است. از این رو، با توجه به نیاز به ۱۱ سری آزمایش و انجام آزمایش هر سری در سه تنش قائم تعداد کل آزمایش‌ها برابر با ۳۳ عدد است. در جدول ۳ برای نام‌گذاری آزمایش‌ها از حروف اختصاری استفاده شده است که حرف اول نشان‌دهنده مصالح خاک بستر و حرف دوم نشان‌دهنده مصالح ستون سنگی و حرف سوم نشان‌دهنده آرایش قرارگیری و عدد آخر نشان‌دهنده نسبت ناحیه اصلاح شده است. تعداد ۴ عدد آزمایش به منظور کنترل تکرارپذیری نتایج آزمایش‌ها انجام شد و نتایج حاصل بیان‌گر تطابق بسیار خوب بین آزمایش‌های انجام شده بود.



شکل ۸. حداکثر فاصله ستون سنگی از جداره در آرایش مربع و مثلثی و حداکثر جابه‌جایی در دستگاه برش مستقیم (الف) قبل از انجام آزمایش (ب) بعد از انجام آزمایش



شکل ۹. آرایش قرارگیری ستون‌های سنگی منفرد (الف) ۸/۴٪، (ب) ۱۲٪، (ج) ۱۶/۴٪، (د) نمونه ساخته شده در دستگاه برش مستقیم

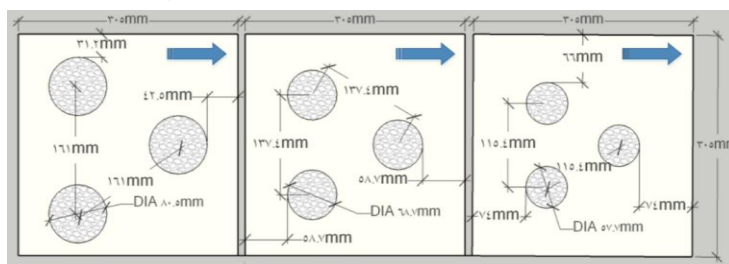


الف ب ج



د

شکل ۱۰. آرایش قرارگیری ستون‌های سنگی در آرایش مربعی الف (۸/۴)، ب (۱۲/۴)، ج (۱۶/۴)، د) نمونه ساخته شده در دستگاه برش مستقیم



الف ب ج



د

شکل ۱۱. آرایش قرارگیری ستون‌های سنگی در آرایش مثلثی الف (۸/۴)، ب (۱۲/۴)، ج (۱۶/۴)، د) نمونه ساخته شده در دستگاه برش مستقیم

جدول ۳. لیست انجام آزمایش‌ها در دستگاه برش مستقیم

شماره آزمایش	تنش قائم (کیلو پاسکال)	آرایش قرارگیری	نسبت ناحیه اصلاح‌شده (درصد)	نام‌گذاری آزمایش
۱	۵۵ ۷۵ ۱۰۰	بستر ماسه‌ای مست	۰	S
۲	۵۵ ۷۵ ۱۰۰	بستر ماسه‌ای با ستون سنگی منفرد - قطر ۱۳۹/۵ میلی‌متر	۱۶/۴	S-G-C-۱۶/۴%
۳	۵۵ ۷۵ ۱۰۰	بستر ماسه‌ای با ستون سنگی منفرد - قطر ۱۱۹ میلی‌متر	۱۲	S-G-C-۱۲%
۴	۵۵ ۷۵ ۱۰۰	بستر ماسه‌ای با ستون سنگی منفرد - قطر ۱۰۰ میلی‌متر	۸/۴	S-G-C-۸/۴%
۵	۵۵ ۷۵ ۱۰۰	بستر ماسه‌ای با ستون سنگی با آرایش مربعی - قطر ۷۰ میلی‌متر	۱۶/۴	S-G-SQ-۱۶/۴%
۶	۵۵ ۷۵ ۱۰۰	بستر ماسه‌ای با ستون سنگی با آرایش مربعی - قطر ۶۰ میلی‌متر	۱۲	S-G-SQ-۱۲%
۷	۵۵ ۷۵ ۱۰۰	بستر ماسه‌ای با ستون سنگی با آرایش مربعی - قطر ۵۰ میلی‌متر	۸/۴	S-G-SQ-۸/۴%
۸	۵۵ ۷۵ ۱۰۰	بستر ماسه‌ای با ستون سنگی با آرایش مثلثی - قطر ۸۰/۵ میلی‌متر	۱۶/۴	S-G-TR-۱۶/۴%
۹	۵۵ ۷۵ ۱۰۰	بستر ماسه‌ای با ستون سنگی با آرایش مثلثی - قطر ۶۸/۷ میلی‌متر	۱۲	S-G-TR-۱۲%
۱۰	۵۵ ۷۵ ۱۰۰	بستر ماسه‌ای با ستون سنگی با آرایش مثلثی - قطر ۵۷/۷ میلی‌متر	۸/۴	S-G-TR-۸/۴%
۱۱	۷۵ ۱۰۰	مصالح سنگی	۱۰۰	G

آرایش منفرد=C، آرایش مثلثی=TR، آرایش مربعی=SQ

## آماده‌سازی بستر و ستون سنگی

برای ساخت ستون سنگی از لوله‌های مخصوص با قطر داخلی معادل با قطر ستون سنگی و ضخامت لوله برابر با ۲ میلی‌متر استفاده شد. در زمان ساخت نمونه‌ها در ابتدا لوله‌های تهیه شده مطابق با آرایش مورد نظر در داخل جعبه خالی دستگاه برش مستقیم قرار داده شد. برای ساخت بستر، وزن مورد نیاز ماسه ساخت بستر بر اساس وزن مخصوص برابر با ۱۶ کیلونیوتن بر مترمکعب و حجم مورد نیاز تهیه شده و مصالح به ۵ قسمت مساوی تقسیم و در لایه‌های به ضخامت ۳ سانتی‌متر در اطراف لوله قرار ریخته شد (شکل ۱۲ الف). با توجه به این نکته که هدف این پژوهش بررسی مقاومت برشی در زمین‌های سست است در نتیجه روی مصالح بستر هیچ‌گونه عملیات تراکمی انجام نگرفت. وزن مورد نیاز مصالح برای ساخت ستون سنگی بر اساس وزن مخصوص مصالح برابر با ۱۶/۵ کیلونیوتن بر مترمکعب و حجم مورد (بر اساس قطر داخلی لوله های نصب شده) تهیه شد. مصالح از پیش وزن شده به ۵ قسمت مساوی تقسیم و در داخل لوله‌ها در هر مرحله به ارتفاع ۳ سانتی‌متر ریخته و متراکم شد.

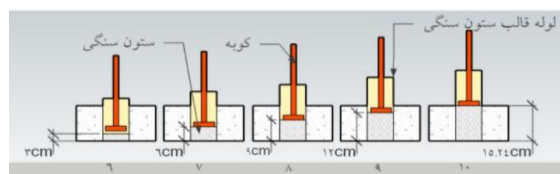
با توجه به سست بودن مصالح بستر امکان خارج کردن کامل لوله و ساخت ستون سنگی در بستر میسر نبود، زیرا به محض بیرون آوردن کامل لوله ریزش مصالح سست بستر موجب بسته شدن حفره محل ستون سنگی می‌شد. برای تماس مناسب بین مصالح بستر و ستون سنگی، در هر مرحله ساخت ستون سنگی وزن مصالح متناسب با ساخت ستون سنگی به ضخامت ۳ سانتی‌متر در داخل لوله ریخته و کوبیده شد. سپس لوله به ارتفاع ۲/۵ سانتی‌متر به آرامی به طرف بالا جابه‌جا شده تا در هر مرحله ساخت ستون سنگی حداقل ۰/۵ سانتی‌متر از طول لوله با لایه قبلی ستون سنگی در ارتباط باشد. این ارتباط از انبساط جانبی ستون سنگی هنگام کوبش و هم‌چنین ورود مصالح بستر به داخل حفره ستون سنگی در مراحل ساخت جلوگیری نموده و باعث شکل‌گیری ستون سنگی با قطر یکسان در طول موردنظر می‌شود. عملیات ساخت و تراکم ستون سنگی با همین روش تا پایان خارج شدن لوله از بستر ماسه‌ای انجام شد. در شکل ۱۲ ب مراحل ساخت ستون سنگی نشان داده شده است. در شکل ۱۲ مراحل ۱ تا ۵ مربوط به ساخت بستر و مراحل ۶ تا ۱۰ مربوط به ساخت ستون سنگی است. برای ساخت ستون سنگی با وزن مخصوص یکسان در طول ستون سنگی، لازم است که انرژی کوبشی یکسانی در مصالح وارد شود. برای کوبش مصالح ستون سنگی میزان



انرژی تراکم در کل آزمایش‌ها یکسان و برابر با ۶۷ کیلوژول بر مترمکعب در نظر گرفته شد. با توجه به قطرهای مختلف ستون سنگی استفاده شده در آرایش‌های مختلف برای انجام عمل تراکم، کوبه متناظر با قطر ستون سنگی تهیه شد. بر اساس استاندارد ASTM-D-3080 سطح کوبه به کار رفته برای تراکم مصالح در دستگاه برش مستقیم باید دارای سطح تماس برابر یا کم‌تر از نصف مساحت جعبه برش باشد. در این پژوهش برای تراکم مصالح ستون سنگی، نسبت سطح کوبه به سطح ستون‌های سنگی در آرایش‌های مختلف برابر با ۰/۵ یا کمتر در نظر گرفته شده است.



الف



ب

شکل ۱۲. مراحل انجام آزمایش‌ها در دستگاه برش مستقیم (الف) مراحل ساخت بستر، (ب) مراحل ساخت ستون سنگی

### نتایج

#### محاسبه نسبت تمرکز تنش

در تمام آزمایش‌ها نسبت تمرکز تنش در آرایش‌ها و نسبت‌های جای‌گزینی مختلف در زمان انجام آزمایش برش مستقیم ثبت و محاسبه شد. چنان‌که بیان شد بار خارجی وارد بر صفحه فوقانی دستگاه برش مستقیم (تنش قائم ۵۵ و ۷۵ و ۱۰۰ کیلوپاسکال) بین ستون سنگی و خاک ماسه سست اطراف آن توزیع می‌شود و از آن‌جاکه سختی ستون سنگی نسبت به مصالح بستر بیش‌تر است در نتیجه میزان تمرکز تنش در آن بیش‌تر است. در همه آرایش‌های قرارگیری و نسبت‌های جای‌گزینی مورد آزمایش مقدار نسبت تمرکز تنش محاسبه و در شکل‌های ۱۳ تا ۱۵ نمودار تغییرات نسبت تمرکز تنش در برابر جابه‌جایی افقی نشان داده شده است. نتایج ارائه شده در شکل ۱۳ مربوط به آرایش قرارگیری منفرد و شکل ۱۴ مربوط به آرایش مربع و شکل ۱۵ مربوط به آرایش مثلث است. تغییرات نسبت تمرکز

تنش در آرایش‌ها، نسبت‌های ناحیه اصلاح شده و تنش‌های قائم مختلف در جدول ۴ ارائه شده است. نتایج حاصل از شکل‌های ۱۳ تا ۱۵ نشان می‌دهد که مقدار نسبت تمرکز تنش تا میزان جابه‌جایی افقی برابر ۲ تا ۳ میلی افزایش و بعدازآن کاهش می‌یابد و تقریباً به مقدار ثابتی می‌رسد. در ستون‌های سنگی در مرحله اول بارگذاری و جابه‌جایی افقی بین ۲ تا ۳ میلی‌متر، ستون سنگی نشست کرده و این حرکت باعث متراکم شدن دانه‌های سنگی می‌شود که این افزایش تراکم باعث افزایش نسبت تمرکز تنش می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که نسبت تمرکز تنش با افزایش قطر ستون سنگی و افزایش تنش قائم کاهش می‌یابد. دلیل کاهش نسبت تمرکز تنش با افزایش تنش قائم و افزایش جابه‌جایی افقی، نبود فشار محدودکننده جانبی از طرف خاک ماسه سست اطراف ستون سنگی است و با افزایش تنش قائم پدیده میزان فشار جانبی وارد از طرف ستون سنگی به خاک افزایش و باعث ایجاد شکم‌دادگی جانبی<sup>۱</sup> در ستون سنگی و کاهش نسبت تمرکز تنش می‌شود. هم‌چنین نتایج نشان می‌دهد که مقدار نسبت تمرکز تنش در آرایش مربع بیش‌ترین مقدار و در آرایش منفرد کم‌ترین مقدار را دارد. از دلایل افزایش نسبت تمرکز تنش در حالت مربع نسبت به حالت مثلث و آرایش منفرد می‌توان به افزایش سطح جانبی ستون‌های سنگی با تغییر آرایش از حالت منفرد به مثلث و مربع است که این افزایش سطح جانبی باعث وارد شدن نیروی جانبی بیش‌تر به مصالح ستون سنگی شده و در نتیجه باعث افزایش میزان تنش در ستون‌های سنگی می‌شود.

### پارامترهای مقاومت برشی

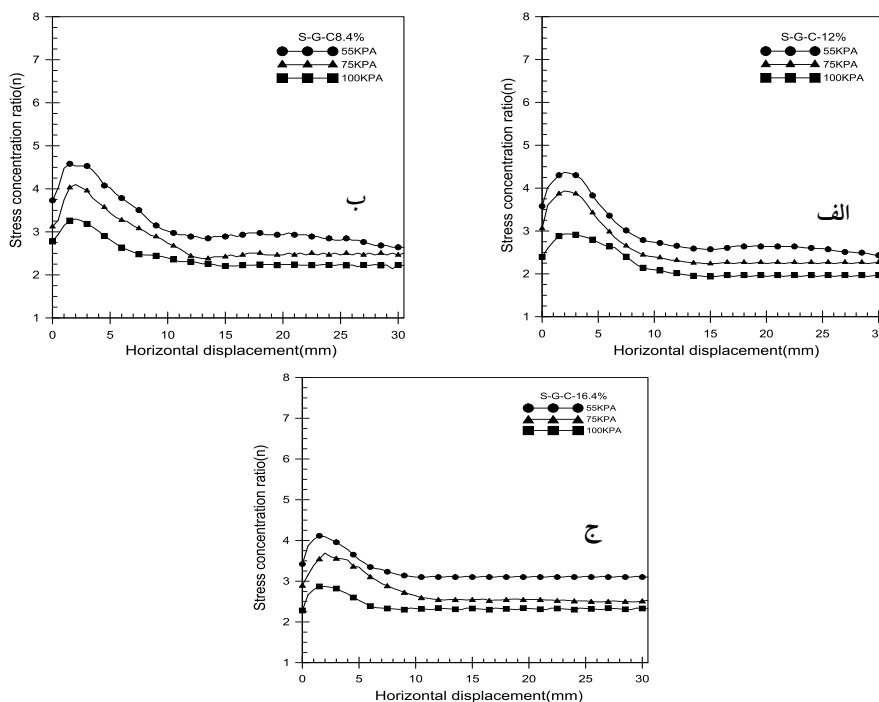
در جدول‌های ۵ و ۶ مقادیر پارامترهای مقاومت برشی حاصل از نتایج آزمایش‌ها و روابط تحلیلی (روابط ۳ و ۴ و ۵) در نسبت‌های ناحیه اصلاح‌شده و آرایش‌های مختلف به‌ترتیب در حالت مقاومت برشی حداکثر و برای حالت مقاومت برشی معادل با جابه‌جایی ۱۰ درصد ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد در یک نسبت جای‌گزینی یکسان بیش‌ترین مقدار افزایش زاویه اصطکاک داخلی مربوط به حالت آرایش مربع و پس‌ازآن آرایش مثلثی بوده است و آرایش ستون سنگی منفرد دارای کم‌ترین مقدار افزایش زاویه اصطکاک داخلی است. یکی از دلایل افزایش پارامترهای مقاومت برشی در آرایش مربع و مثلث افزایش فشار محدودکننده به‌وسیله ستون‌های سنگی در خاک مقید شده در بین ستون‌های سنگی است. از

---

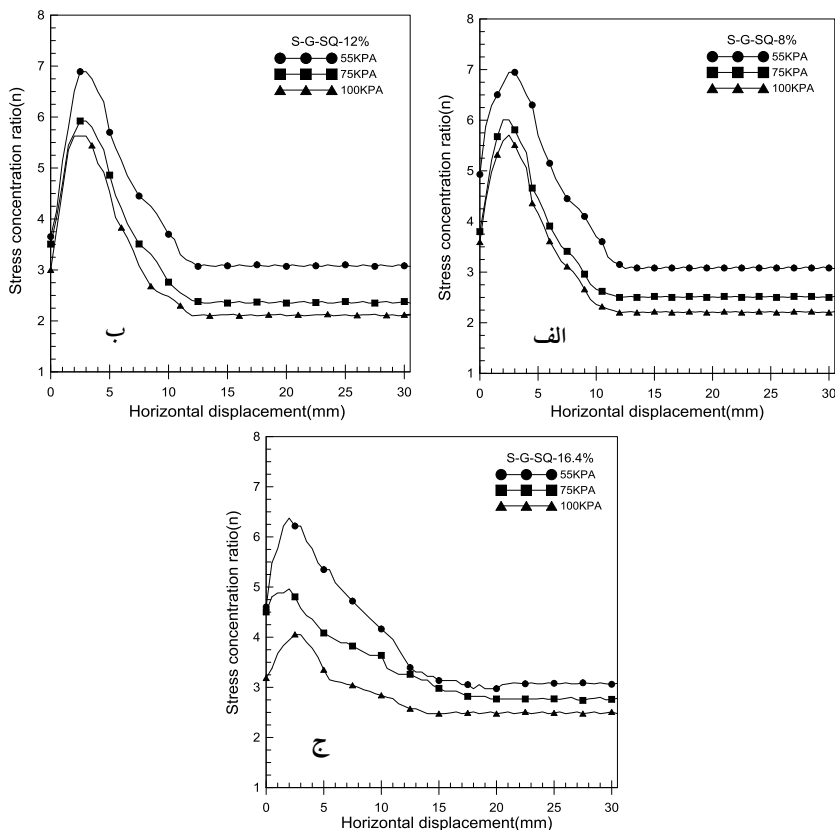
#### 1. Bulging

دلایل دیگر، افزایش سطح جانبی ستون‌های سنگی از حالت منفرد به مثلث و مربع است که افزایش سطح جانبی باعث وارد شدن نیروی جانبی بیشتر به مصالح ستون سنگی شده و در نتیجه باعث افزایش بیشتر مقاومت برشی و در نتیجه افزایش پارامترهای مقاومت برشی می‌شود.

هم‌چنین نتایج بیان‌گر آن است که مقدار زاویه اصطکاک داخلی در حالت حداکثر (پیک) از مقدار ۳۳ درجه برای بستر سست به مقدار ۴۰ درجه در آرایش مربع و در حالت متناظر با جابه‌جایی ۱۰ درصد از مقدار ۳۰ درجه در حالت بستر سست به ۳۲ درجه، در حالت بستر مسلح شده با ستون سنگی افزایش پیدا کرده است. نتایج نشان‌دهنده آن است که مقدار زاویه اصطکاک داخلی روند افزایشی با افزایش نسبت ناحیه اصلاح‌شده در هر دو حالت حداکثر (پیک) و حالت متناظر با جابه‌جایی افقی ۱۰ درصد دارد.



شکل ۱۳. نسبت تمرکز تنش در آرایش منفرد با نسبت ناحیه اصلاح شده الف) ۸/۴٪، ب) ۱۲٪، ج) ۱۶/۴٪



شکل ۱۴. نسبت تمرکز تنش در آرایش مربع با نسبت ناحیه اصلاح شده الف) ۸/۴٪، ب) ۱۲٪، ج) ۱۶/۴٪

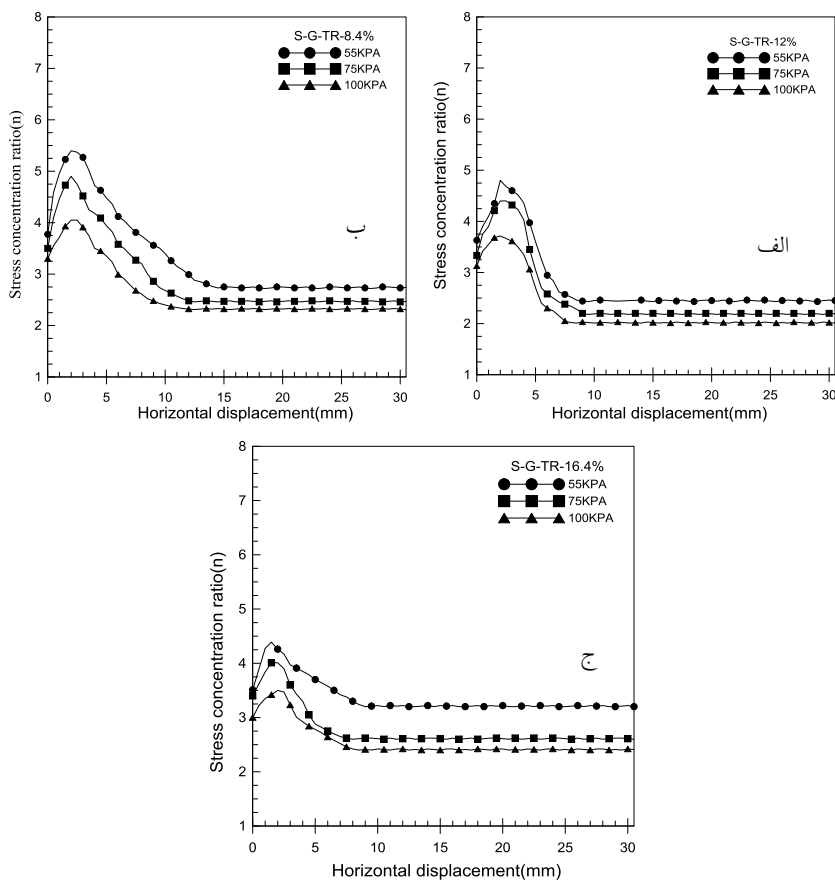
افزایش نسبت زاویه اصطکاک داخلی در آرایش‌های مختلف نسبت به زاویه اصطکاک داخلی در بستر ماسه‌ای در دو حالت حداکثر و حالت متناظر با جابه‌جایی افقی ۱۰ درصد به صورت ضریب افزایشی  $\alpha$  بر اساس رابطه (۷) محاسبه شده است و در شکل ۱۶ نشان داده است.

$$\tan(\varphi_{\text{test}}) = \alpha \tan(\varphi_s) \quad (7)$$

نتایج ارائه شده در جدول‌های ۵ و ۶، نشان‌دهنده اختلاف زاویه اصطکاک داخلی حاصل از نتایج آزمایش‌ها با روابط تحلیلی است. نتایج بیان‌گر آن است که مقادیر پارامترهای مقاومت برشی حاصل از آزمایش‌های انجام شده بیش‌تر از مقادیر حاصل از روابط تحلیلی (روابط ۳ و ۴ و ۵) است. افزایش نسبت زاویه اصطکاک داخلی در آرایش‌های مختلف نسبت به زاویه

اصطکاک داخلی حاصل از روابط تحلیلی در دو حالت حداکثر و حالت متناظر با جابه‌جایی افقی ۱۰ درصد به صورت ضریب افزایشی  $\beta$  بر اساس رابطه (۹) محاسبه شده است و در شکل ۱۷ نشان داده است.

$$\tan(\varphi_{\text{test}}) = \beta \tan(\varphi_{\text{analytical}}) \quad (۹)$$



شکل ۱۵. نسبت تمرکز تنش در آرایش مثلث با نسبت ناحیه اصلاح شده الف) ۸/۴٪، ب) ۱۲٪

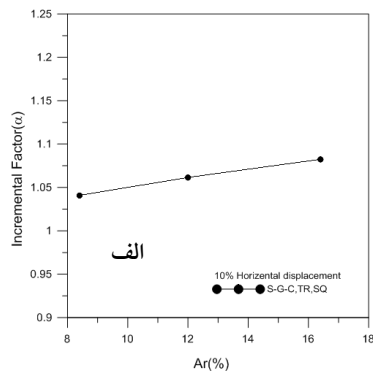
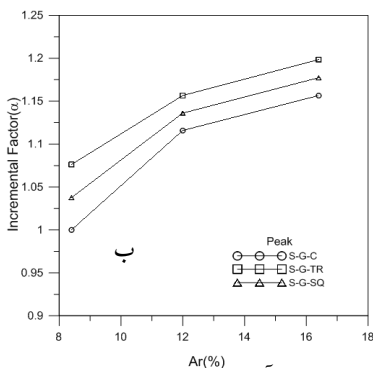
ج) ۱۶/۴٪

جدول ۴. تغییرات نسبت تمرکز تنش در آرایش‌ها و نسبت‌های ناحیه اصلاح‌شده مختلف

شماره آزمایش	تنش قائم (کیلو پاسکال)	آرایش	نام آزمایش	نسبت جای‌گزینی (درصد)	نسبت تمرکز تنش		
					شروع	حداکثر	پایان
۲	۵۵	منفرد	S-G-C-۱۶/۴%	۱۶/۴	۳/۴	۴/۲	۳/۱
	۷۵			۱۶/۴	۲/۹	۳/۷	۲/۶
	۱۰۰			۱۶/۴	۲/۳	۲/۹	۲/۴
۳	۵۵		S-G-C-۱۲%	۱۲	۳/۶	۴/۲	۲/۴
	۷۵			۱۲	۳/۱	۳/۹	۲/۲
	۱۰۰			۱۲	۲/۷	۲/۹	۲
۴	۵۵		S-G-C-۸/۴%	۸/۴	۳/۷	۴/۵	۲/۶
	۷۵			۸/۴	۳/۱	۴/۱	۲/۵
	۱۰۰			۸/۴	۲/۸	۳/۳	۲/۲
۵	۵۵	مربع	SGSQ-۱۶/۴%	۱۶/۴	۴/۶	۶/۴	۳/۱
	۷۵			۱۶/۴	۴/۵	۴/۹	۲/۸
	۱۰۰			۱۶/۴	۲/۲	۴/۱۰	۲/۵
۶	۵۵		S-G-SQ-۱۲%	۱۲	۳/۷	۶/۹	۴/۴
	۷۵			۱۲	۳/۵	۶	۳/۳
	۱۰۰			۱۲	۳	۵/۶	۳/۲
۷	۵۵		S-G-SQ-۸/۴%	۸/۴	۴/۹	۶/۹	۴/۶
	۷۵			۸/۴	۳/۸	۶	۳/۷
	۱۰۰			۸/۴	۳/۶	۵/۷	۳/۴
۸	۵۵	مثلث	S-G-TR-۱۶/۴%	۱۶/۴	۳/۵	۴/۴	۳/۲
	۷۵			۱۶/۴	۳/۳	۴	۲/۶
	۱۰۰			۱۶/۴	۲/۹	۳/۵	۲/۴
۹	۵۵		S-G-TR-۱۲%	۱۲	۳/۶	۴/۸	۲/۴
	۷			۱۲	۳/۴	۴/۴	۲/۳
	۵			۱۲	۳/۱	۳/۷	۲/۱۰
۱۰	۵۵		S-G-TR-۸/۴%	۸/۴	۳/۷	۵/۴	۲/۷
	۷۵			۸/۴	۳/۵	۴/۹	۲/۵
	۱			۸/۴	۳/۳	۴	۲/۳
	۰۰						

جدول ۵. مقایسه پارامترهای برشی حاصل از نتایج آزمایش و روابط تحلیلی در حالت حداکثر

شماره آزمایش	مشخصه آزمایش	نسبت ناحیه اصلاح شده	زاویه اصطکاک معادل داخلی (درجه) حالت حداکثر			
			نتایج آزمایش	رابطه ۳	رابطه ۴	رابطه ۵
۱	S	۰	۳۳	-	-	-
۲	S-G-C-۱۷.۴%	۱۶/۴	۳۹	۳۵/۳	۳۴/۷	۳۵/۳
۳	S-G-C-۱۲%	۱۲	۳۸	۳۴/۶	۳۴/۴	۳۴/۷
۴	S-G-C-۸.۴%	۸/۴	۳۵	۳۴/۲	۳۴	۳۴/۲
۵	S-G-SQ-۱۷.۴%	۱۶/۴	۴۰	۳۵/۳	۳۴/۷	۳۵/۳
۶	S-G-SQ-۱۲%	۱۲	۳۹	۳۴/۶	۳۴/۴	۳۴/۷
۷	S-G-SQ-۸.۴%	۸/۴	۳۸	۳۴/۲	۳۴	۳۴/۲
۸	S-G-TR-۱۷.۴%	۱۶/۴	۳۹	۳۵/۳	۳۴/۷	۳۵/۳
۹	S-G-TR-۱۲%	۱۲	۳۸	۳۴/۶	۳۴/۴	۳۴/۷
۱۰	S-G-TR-۸.۴%	۸/۴	۳۶	۳۴/۲	۳۴	۳۴/۲
۱۱	G	۱۰۰	۴۵	-	-	-

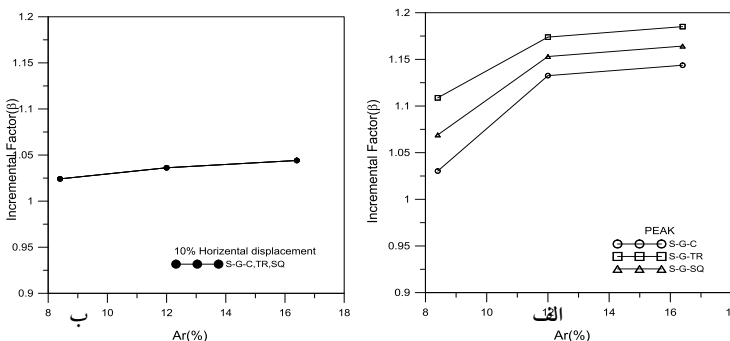


شکل ۱۶. افزایش زاویه اصطکاک داخلی حاصل از نتایج آزمایش‌ها نسبت به بستر سست ماسه‌ای الف) حالت حداکثر، ب) حالت متناظر با جابه‌جایی ۱۰ درصد

جدول ۱. مقایسه پارامترهای برشی حاصل از نتایج آزمایش و روابط تحلیلی در حالت معادل با

جابه‌جایی ۱۰ درصد

شماره آزمایش	مشخصه آزمایش	نسبت ناحیه اصلاح شده	زاویه اصطکاک معادل داخلی (درجه) حالت معادل با ۱۰ درصد جابه‌جایی			
			نتایج آزمایش	رابطه ۳	رابطه ۴	رابطه ۵
۱	S	۰	۳۰	-	-	-
۲	%۱۶/۴S-G-C-	۱۶/۴	۳۲	۳۰/۹	۳۰/۸	۳۱
۳	%۱۲S-G-C-	۱۲	۳۱	۳۰/۶	۳۰/۶	۳۱
۴	%۸/۴S-G-C-	۸/۴	۳۱	۳۰/۴	۳۰/۴	۳۰
۵	%۱۶/۴S-G-SQ-	۱۶/۴	۳۲	۳۰/۹	۳۰/۸	۳۱
۶	%۱۲S-G-SQ-	۱۲	۳۱	۳۰/۶	۳۰/۶	۳۱
۷	%۸/۴S-G-SQ-	۸/۴	۳۱	۳۰/۴	۳۰/۴	۳۰
۸	%۱۶/۴S-G-TR-	۱۶/۴	۳۲	۳۰/۹	۳۰/۸	۳۱
۹	%۱۲S-G-TR-	۱۲	۳۲	۳۰/۶	۳۰/۶	۳۱
۱۰	%۸/۴S-G-TR-	۸/۴	۳۱	۳۰/۴	۳۰/۴	۳۰
۱۱	G	۱۰	۳۵	-	-	-



شکل ۱۷. نسبت پارامترهای مقاومت برشی حاصل از نتایج آزمایش‌ها به مقادیر حاصل از روابط تحلیلی در نسبت تمرکز تنش برابر با یک (الف) حالت حداکثر، (ب) حالت متناظر با جابه‌جایی ۱۰ درصد

نتایج نشان‌دهنده اختلاف بین نتایج حاصل از آزمایش‌ها با نتایج حاصل از روابط تحلیلی

است. دلیل این اختلاف ناشی از مواردی بدین شرح است:

۱. افزایش مقاومت برشی قرار گرفتن مصالح باکیفیت ستون سنگی در میان مصالح سست

ماسه‌ای است اما خاک سست ماسه‌ای اطراف ستون سنگی فشار همه‌جانبه کافی برای



بسیج کردن مقاومت برشی مصالح شن ستون سنگی را فراهم نکرده است درحالی‌که در روابط تحلیلی از مقاومت برشی کامل مصالح ستون سنگی استفاده می‌شود.

۲. عدم تأثیر مشخصات ستون‌های سنگی و هم‌چنین عدم تأثیر اندرکنش بین ستون سنگی و خاک اطراف در روابط تحلیلی است.

۳. عدم تأثیر اثر نسبت تمرکز تنش ( $n$ ) در محاسبات پارامترهای برشی خاک است. چنان‌که بیان شد روابط تحلیلی ۳ و ۴ و ۵ با فرض نسبت تمرکز تنش ( $n$ ) برابر با یک است در صورتی‌که در واقعیت مقدار نسبت تمرکز تنش از یک بیش‌تر است. درواقع به‌دلیل تمرکز تنش در ستون‌های سنگی، محاسبه پارامترهای برشی بر اساس روابط مقاومت برشی میانگین بدون در نظر گرفتن نسبت تمرکز تنش محافظه‌کارانه بوده است و محاسبات پارامترهای برشی باید با لحاظ کردن نسبت تمرکز تنش واقعی موجود در ستون سنگی محاسبه شود.

#### محاسبه پارامترهای برشی معادل با در نظر گرفتن نسبت تمرکز تنش

در محاسبات پارامترهای مقاومت برشی با استفاده از روابط تحلیلی ۳ و ۴ و ۵ اثر نسبت تمرکز تنش اعمال نشده و پارامترهای مقاومت برشی معادل در نسبت تمرکز تنش برابر با ۱ محاسبه شده است. در زمان وجود نسبت تمرکز تنش پراب (۱۹۷۸) رابطه‌ای برای محاسبه پارامترهای مقاومت برشی (رابطه ۶) با در نظر گرفتن نسبت تمرکز تنش ارائه کرد [۲۳]. در جدول‌های ۷ و ۸ نتایج نسبت تمرکز تنش، پارامترهای مقاومت برشی حاصل از نتایج آزمایش و هم‌چنین مقدار  $n$  استفاده شده در رابطه (۶) برای کسان بودن نتایج آزمایش و روابط تحلیلی ارائه شده است.

نتایج نشان می‌دهد پارامترهای مقاومت برشی حاصل از نتایج آزمایش‌ها در حالت حداکثر (بیک) متناسب با در نظر گرفتن نسبت تمرکز تنش برابر با ۳ الی ۴/۵ در آرایش منفرد، و برابر ۴/۵ الی ۵ در حالت آرایش مثلث و برابر ۶ الی در آرایش مربع ۷، در رابطه تحلیلی ۶ است. نتایج نشان‌دهنده آن است که این مقادیر متناسب با مقدار نسبت تمرکز تنش حاصل از نتایج در نقطه حداکثر است که در جابه‌جایی معادل ۲ تا ۳ میلی‌متر اتفاق می‌افتد. پارامترهای مقاومت برشی حاصل از نتایج آزمایش‌ها در حالت جابه‌جایی افقی ۱۰ درصد، متناسب با در نظر گرفتن مقدار نسبت تمرکز تنش در کلیه آرایش‌های منفرد، مربع و مثلث در محدوده ۲/۵ الی ۳ در رابطه تحلیلی ۶ است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که فرض نسبت تمرکز تنش برابر

با ۱ در محاسبات تعیین مقاومت برشی و تعیین پارامترهای مقاومت برشی محافظه کارانه بوده است و نتایج باید بر اساس نسبت تمرکز تنش واقعی محاسبه و اعمال شود.

جدول ۷. مقایسه پارامترهای برشی حاصل از نتایج آزمایش و روابط تحلیلی در حالت حداکثر با در نظر گرفتن نسبت تمرکز تنش

شماره آزمایش	تنش قائم (کیلو پاسکال)	آرایش	نام آزمایش	نسبت جای‌گزینی (درصد)	نسبت تمرکز تنش			زاویه اصطکاک حاصل از نتایج (درجه)	مقدار $\beta$ استفاده شده در رابطه ۶ برای یکسان بودن نتایج آزمایش و روابط تحلیلی	
					شروع	حداکثر	پایان			
۲	۵۵	مفرد	S-G-C-۱۷/۴%	۱۶/۴	۳/۴	۴/۲	۳/۱	۳۹	۴	
	۷۵			۱۶/۴	۲/۹	۳/۷	۲/۶			
	۱۰۰			۱۶/۴	۲/۳	۲/۹	۲/۴			
۳	۵۵		S-G-C-۱۲%	S-G-C-۱۲%	۱۲	۳/۶	۴/۲	۲/۴	۳۸	۴/۵
	۷۵				۱۲	۳/۱	۳/۹	۲/۲		
	۱۰۰				۱۲	۲/۷	۲/۹	۲		
۴	۵۵		S-G-C-۸/۴%	S-G-C-۸/۴%	۸/۴	۳/۷	۴/۵	۲/۶	۳۶	۳/۲
	۷۵				۸/۴	۳/۱	۴/۱	۲/۵		
	۱۰۰				۸/۴	۲/۸	۳/۳	۲/۲		
۵	۵۵	مربع	S-G-SQ-۱۷/۴%	۱۶/۴	۴/۶	۶/۴	۳/۱	۴۰	۶	
	۷۵			۱۶/۴	۴/۵	۴/۹	۲/۸			
	۱۰۰			۱۶/۴	۲/۲	۴/۰	۲/۵			
۶	۵۵		S-G-SQ-۱۲%	S-G-SQ-۱۲%	۱۲	۳/۷	۶/۹	۴/۴	۳۹	۶/۳۰
	۷۵				۱۲	۳/۵	۶	۳/۳		
	۱۰۰				۱۲	۳	۵/۶	۳/۲		
۷	۵۵		S-G-SQ-۸/۴%	S-G-SQ-۸/۴%	۸/۴	۴/۹	۶/۹	۴/۶	۳۸	۶/۷۳
	۷۵				۸/۴	۳/۸	۶	۳/۷		
	۱۰۰				۸/۴	۳/۶	۵/۷	۳/۴		
۸	۵۵	مثلث	S-G-TR-۱۷/۴%	۱۶/۴	۳/۵	۴/۴	۳/۲	۳۹	۴/۲	
	۷۵			۱۶/۴	۳/۳	۴	۲/۶			
	۱۰۰			۱۶/۴	۲/۹	۳/۵	۲/۴			
۹	۵۵		S-G-TR-۱۲%	S-G-TR-۱۲%	۱۲	۳/۶	۴/۸	۲/۴	۳۸	۴/۵۰
	۷۵				۱۲	۳/۴	۴/۴	۲/۳		
	۱۰۰				۱۲	۳/۱	۳/۷	۲/۰		
۱۰	۵۵		S-G-TR-۸/۴%	S-G-TR-۸/۴%	۸/۴	۳/۷	۵/۴	۲/۷	۳۷	۴/۷۱
	۷۵				۸/۴	۳/۵	۴/۹	۲/۵		
	۱۰۰				۸/۴	۳/۳	۴	۲/۳		

جدول ۸. مقایسه پارامترهای برشی حاصل از نتایج آزمایش و روابط تحلیلی در حالت معادل با جابه‌جایی ۱۰ درصد با در نظر گرفتن نسبت تمرکز تنش

شماره آزمایش	تنش قائم (کیلو پاسکال)	آرایش	نام آزمایش	نسبت جای‌گزینی (درصد)	نسبت تمرکز تنش			مقدار $n$ استفاده شده در رابطه ۶ برای یکسان بودن نتایج آزمایش و روابط تحلیلی	
					شروع	حداکثر	پایان		
۲	۵۵		S-G-C-۱۶٪	۱۶/۴	۳/۴	۴/۲	۳/۱	۳۲	۳
	۷۵			۱۶/۴	۲/۹	۳/۷	۲/۶		
	۱۰۰			۱۶/۴	۲/۳	۲/۹	۲/۴		
۳	۵۵		S-G-C-۱۲٪	۱۲	۳/۶	۴/۲	۲/۴	۳۱	۲/۳
	۷۵			۱۲	۳/۱	۳/۹	۲/۲		
	۱۰۰			۱۲	۲/۷	۲/۹	۲		
۴	۵۵		S-G-C-۸٪	۸/۴	۳/۷	۴/۵	۲/۶	۳۱	۲/۶
	۷۵			۸/۴	۳/۱	۴/۱	۲/۵		
	۱۰۰			۸/۴	۲/۸	۳/۳	۲/۲		
۵	۵۵		S-G-SQ-۱۶٪	۱۶/۴	۴/۶	۶/۴	۳/۱	۳۲	۳
	۷۵			۱۶/۴	۴/۵	۵	۲/۸		
	۱۰۰			۱۶/۴	۲/۲	۴/۱	۲/۵		
۶	۵۵		S-G-SQ-۱۲٪	۱۲	۳/۷	۶/۹	۳	۳۱	۲/۳
	۷۵			۱۲	۳/۵	۶	۲/۴		
	۱۰۰			۱۲	۳	۵/۶	۲/۱		
۷	۵۵		S-G-SQ-۸٪	۸/۴	۴/۹	۶/۹	۳/۱	۳۱	۲/۶
	۷۵			۸/۴	۳/۸	۶	۲/۵		
	۱۰۰			۸/۴	۳/۶۳	۵/۷	۲/۲۳		
۸	۵۵		S-G-TR-۱۶٪	۱۶/۴	۳/۵	۴/۴	۳/۲	۳۲	۳
	۷۵			۱۶/۴	۳/۳	۴	۲/۶		
	۱۰۰			۱۶/۴	۲/۹	۳/۵	۲/۴		
۹	۵۵		S-G-TR-۱۲٪	۱۲	۳/۶	۴/۸	۲/۴	۳۱	۲/۳
	۷۵			۱۲	۳/۴	۴/۴	۲/۳		
	۱۰۰			۱۲	۳/۱	۳/۷	۲/۰		
۱۰	۵۵		S-G-TR-۸٪	۸/۴	۳/۷	۵/۴	۲/۷	۳۱	۲/۶
	۷۵			۸/۴	۳/۵	۴/۹	۲/۵		
	۱۰۰			۸/۴	۳/۳	۴	۲/۳		

## نتایج

در این مقاله به بررسی آزمایشگاهی رفتار ستون‌های سنگی تحت بارگذاری برشی پرداختیم. رفتار ستون‌های سنگی در دستگاه برش مستقیم بزرگ در ۳ نسبت ناحیه اصلاح شده ۸/۴ و ۱۲ و ۱۶/۴ درصد و سه آرایش منفرد و مربع و مثلث در تنش‌های سربار قائم ۵۵ و ۷۵ و ۱۰۰ کیلوپاسکال بررسی شده و بر اساس داده‌های حاصل از آزمایش‌ها این نتایج به دست آمده است:

- مقدار نسبت تمرکز تنش تا میزان جابه‌جایی افقی برابر ۲ تا ۳ میلی افزایش و بعد از آن با افزایش جابه‌جایی افقی کاهش می‌یابد و تقریباً به مقدار ثابتی می‌رسد. نسبت تمرکز تنش با افزایش قطر ستون سنگی و افزایش تنش قائم کاهش می‌یابد و مقدار نسبت تمرکز تنش در آرایش مربع بیش‌ترین مقدار و در آرایش منفرد کمترین مقدار را دارد.
- مقدار زاویه اصطکاک داخلی در حالت حداکثر (پیک) از مقدار ۳۳ درجه برای بستر سست به مقدار ۴۰ درجه در آرایش مربع و در حالت متناظر با جابه‌جایی ۱۰ درصد از مقدار ۳۰ درجه در حالت بستر سست به ۳۲ درجه، در حالت بستر مسلح شده ستون سنگی افزایش پیدا کرده است. مقدار زاویه اصطکاک داخلی روند افزایشی با افزایش نسبت ناحیه اصلاح‌شده در هر دو حالت حداکثر (پیک) و حالت متناظر با جابه‌جایی افقی ۱۰ درصد دارد.
- نتایج بیان‌گر تأثیرگذاری نوع آرایش قرارگیری ستون‌های سنگی به‌ازای یک نسبت ناحیه اصلاح شده یکسان است. نتایج نشان می‌دهد در یک نسبت جای‌گزینی یکسان بیش‌ترین مقدار افزایش زاویه اصطکاک داخلی مربوط به حالت آرایش مربع و پس از آن آرایش مثلثی بوده و آرایش ستون سنگی منفرد دارای کم‌ترین مقدار افزایش زاویه اصطکاک داخلی است. مؤثر بودن آرایش مربع و مثلث نسبت به منفرد به دلیل افزایش فشار محدودکننده به وسیله ستون‌های سنگی در خاک مقید شده در بین ستون‌های سنگی در آرایش مربع و مثلثی است. از دلایل دیگر می‌توان به افزایش سطح جانبی ستون‌های سنگی از حالت منفرد به مثلث و مربع است که افزایش سطح جانبی باعث وارد شدن نیروی جانبی بیش‌تر به مصالح ستون سنگی شده و در نتیجه باعث افزایش بیش‌تر مقاومت برشی و در نتیجه افزایش پارامترهای مقاومت برشی می‌شود.

- مقادیر مقاومت برشی معادل حاصل از انجام آزمایش‌ها از مقادیر مقاومت برشی معادل حاصل از روابط تحلیلی بیش‌تر است؛ بنابراین استفاده از روابط تحلیلی در محاسبه مقاومت‌های برشی محافظه‌کارانه است. لازم به توضیح است که روابط استفاده شده با در نظر گرفتن ضرایب تمرکز تنش برابر با یک است. در نتیجه نتایج مشخص می‌کند که در محاسبات مقاومت برشی باید ضریب تمرکز تنش به طرز صحیح محاسبه و در روابط اعمال شود.
- پارامترهای مقاومت برشی حاصل از نتایج آزمایش‌ها در حالت حداکثر (پیک) متناسب با در نظر گرفتن نسبت تمرکز تنش برابر با ۳ الی ۴/۵ در آرایش منفرد و برابر ۴/۵ الی ۵ در حالت آرایش مثلث و برابر ۶ الی ۷ در آرایش مربع، در رابطه تحلیلی ۶ است. پارامترهای مقاومت برشی حاصل از نتایج آزمایش‌ها در حالت جابه‌جایی افقی ۱۰ درصد، متناسب با در نظر گرفتن مقدار نسبت تمرکز تنش در کلیه آرایش‌های منفرد، مربع و مثلث در محدوده ۲/۵ الی ۳ در رابطه تحلیلی ۶ است.

### منابع

1. Murugesan S., Rajagopal K., "Studies on the behavior of single and group of geosynthetic encased granular columns", *Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 136 (1) (2010) 129-139.
2. Murugesan S., Rajagopal K., "Studies on the Behavior of Single and Group of Geosynthetic Encased Stone Columns", *Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 136 (2010) 129-139.
3. Barksdale R. D., Bachus R. C., "Design and Construction of Stone Column", *VOL(1)* (1983).
4. Mohapatra S. R., Rajagopal k., Sharma j., "Direct shear tests on geosynthetic-encased granular columns", *Geotextiles and Geomembranes*, 44 (3) (2016) 396-405.

5. Murugesan S., Rajagopal K., "Geosynthetic-encased stone columns: Numerical evaluation", *Geotextiles and Geomembranes*, 24 (6) (2006) 349-358.
6. Choobbasti A. J., Zahmatkesh A., Noorzad R., "Performance of Stone Columns in Soft Clay: Numerical Evaluation", *Geotechnical and Geological Engineering*, 29, (2011) 675-684.
7. Deb K., "Modeling of granular bed-stone column-improved soft soil", *Internatinal Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, (2008) 1267-1288
8. Nazari Afshar J., Ghazavi M., "A simple analytical method for calculation of bearing capacity of stone column", *International Journal of Civil Engineering*, 12 (1) 15 (2012).
9. Zahmatkesh A., Choobbasti A. J., "Settlement evaluation of soft clay reinforced with stone columns using the equivalent secant modulus", *Arabian Journal of Geoscience*, 5 (2012)103-109.
10. Nazariafshar J., Mehrannia N., Kalantary F., et al., "Bearing Capacity of Group of Stone Columns with Granular Blankets", *Int J Civ Eng* 17, (2019) 253-263.
11. Nazari afshar J., Mehrannia N., Kalantary F., "Experimental Investigation on the Bearing Capacity of Stone Columns with Granular Blankets", *Geotechnical and Geological Engineering*, 36(1) (2018) 209-222
12. Deb K., Samadhiya N. K., Namdeo J. B., "Laboratory model studies on unreinforced and geogrid-reinforced sand bed over stone column-improved soft clay", *Geotextiles and Geomembranes*, 29 (2) (2011) 190-196.

13. Ghazavi M., Nazari Afshar J., "Bearing capacity of geosynthetic encased stone columns", *Geotextiles and Geomembranes*, 38, (2013) 26-36.
14. Goughnour R. R., Bayuk A. A., "A field study of long term settlements of loads supported by stone columns in soft ground", in *In: Proceeding, international conference on soil reinforcement* (1979).
15. Mitchell J. K., Huber T. R., "Performance of a stone column foundation", *J Geotech Eng*, 111(2) (1985) 205-223.
16. Greenwood D. A., "Load tests on stone columns. In *Deep foundation improvements: design, construction and testing*", ASTM STP1089, (1991) 148-171.
17. Fattah M. Y., Shlash K. T., Al-Waily M. J., "Stress Concentration Ratio of Model Stone Columns in Soft Clays", *Geotechnical Testing Journal*, 34(1) (2011) 50-60.
18. Murugesan S., Rajagopal K., "Shear load tests on granular columns with and without geosynthetic encasement", *Geotechnical Testing Journal*, 32 (1) (2008) 35-44.
19. Abusharar S. W., Han J., "Two-dimensional deep-seated slope stability analysis of embankments over stone column-improved soft clay", *Engineering Geology* 137 (2011) 103-110.
20. Cooper M., Rose A. N., "Stone column support for an embankment on deep alluvial soils", *ICE Proceedings Geotechnical Engineering* 137(1) (1999) 15-25.
21. Christoulas S. T., Giannaros C. H., Tsiambaos G., "Stabilization of embankment foundations by using stone columns", *Geotechnical and Geological Engineering*, 15 (3) (1997) 247-258.

22. Priebe H., "Abschätzung des Scherwiderstandes eines durch Stopfverdichtung verbesserten Baugrundes", Die Bautechnik, 55(9) (1978) 281-284.
23. Nayak N. V., "Recent Advances in Ground Improvements by Stone Column", in In: Proceedings of Indian Geotechnical Conference, Madras. India (1983).
24. Fox Z., "Critical State, Dilatancy and Particle Breakage of Mine Waste Rock", colorado state university: Fort collins,USA (2011).
25. Stoeber J. N., "Effects of Maximum Particle Size and Sample Scaling on the Mechanical Behavior of Mine Waste Rock; a Critical State Approach", Colorado stste univerity: Fort Collins, USA (2012).