

# مخروط افت حریم تأثیر در چاه‌های آب در آبخوان‌های آزاد آبرفتی و اثر پارامترهای فیزیکی آبخوان بر آن

امین احمدی<sup>۱\*</sup>، غلامرضا میرزاوند<sup>۱</sup>، مریم زبرد<sup>۲</sup>

۱. گروه مهندسی عمران، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران

۲. گروه فیزیک، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۱۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۸/۲۵

## چکیده

حریم تأثیر چاه منطقه‌ای است که فعالیت چاه باعث تغییر تراز آب در آن می‌شود. حریم تأثیر در تعیین حریم‌های حفاظت مورد توجه است؛ اما هنوز در این خصوص روابط قابل استنادی ارائه نشده و عدم ارتباط آن‌ها هم تأیید نشده؛ و این ناشی از عدم شناخت دقیق حریم تأثیر در برخی از آبخوان‌ها است. این مطالعه با استفاده از مدل مادفلو به منظور شناخت اثر پارامترهای فیزیکی آبخوان بر مخروط افت در یک آبخوان آزاد آبرفتی دارای سطح آب شیب‌دار انجام شد؛ و چون تاکنون چنین پژوهشی گزارش نشده، نتایج آن گونه‌ای نوآوری است. نتایج نشان داد که گرچه ممکن است به علت محدودیت در سنجش و نمایش، اثر یک چاه در بخش‌هایی از آبخوان نادیده گرفته شود اما در عمل حریم تأثیر هر چاه تا مرزهای فیزیکی خارجی گسترش خواهد یافت. نتایج مشخص کرد که در حریم تأثیر دو نوع مخروط افت حقیقی و نظری قابل بحث است و باید هرکدام جداگانه مورد تحلیل قرار گیرد. مشخص شد که پارامترهایی نظیر هدایت هیدرولیکی، ضخامت اشباع، ضریب انتقال، انیزوتروپی افقی، شیب بستر و مقدار تغذیه در آبخوان آزاد شیب‌دار اثری دوگانه بر مخروط افت دارند و اگر بالا بودن آن‌ها باعث کاهش افت در فواصل کم شود، در فواصل دور باعث افزایش افت می‌شود. مشخص شد که ناهمگنی معمولی تغییر چندانی بر مخروط افت ندارد و علت آن اثرات معکوس هدایت هیدرولیکی و آبدهی ویژه بر مقدار افت است. معلوم شد که هدایت هیدرولیکی، انیزوتروپی افقی و آبدهی ویژه اثری شدید ولی انیزوتروپی عمودی و ناهمگنی اثری ناچیز بر مخروط افت دارند.

**کلیدواژه‌ها:** حریم تأثیر، شعاع تأثیر، مخروط افت، چاه آب، حریم حفاظت، مادفلو.

## مقدمه

حریم تأثیر چاه در آب‌های زیرزمینی منطقه‌ای سه بعدی در اطراف چاه است که فعالیت چاه باعث تغییر تراز و سرعت حرکت آب در آن می‌شود. حریم تأثیر معمولاً با دو مشخصه معرفی می‌شود؛ یکی مخروط افت و دیگری شعاع تأثیر است. مخروط افت خود به دو صورت در پلان و پروفیل قابل محاسبه و نمایش است. حالت اول محاسبه و نمایش افت سطح آب نسبت به سطح آب اولیه است که در پلان با منحنی‌های هم افت نمایش داده می‌شود. حالت دوم محاسبه و نمایش سطح آب پس از فعالیت چاه است که در پلان با منحنی‌های هم‌تراز نمایش داده می‌شود. مخروط افت در حالت اول

نظری بوده و قابل روئیت نیست، اما در حالت دوم عینی بوده و قابل مشاهده است. شعاع تأثیر فاصله‌ای شعاعی از چاه است که افت سطح آب در آن فاصله برای یک زمان مشخص از پمپاژ، عدد مشخصی شده باشد. اینکه افت معیار و زمان معیار چه مقدار باشد؟ قابل بحث است و در آبخوان‌های مختلف و شرایط مختلف آبخوان می‌توان این موضوع را بررسی کرد. موضوع قابل توجه در آبخوان‌های آزاد این است که مخروط افت همیشه متقارن نیست و لذا شعاع تأثیر در جهات مختلف عدد ثابتی نیست. در واقع می‌توان بیان کرد که شعاع تأثیر فاصله‌ی شعاعی چاه از منحنی بسته‌ای در اطراف چاه است که حاصل برش افقی مخروط افت نظری برای یک زمان معیار و برای یک افت معیار است.

دانش مربوط به مخروط افت چاه احتمالاً به هزاران سال قبل برمی‌گردد، اما آنچه در حال حاضر به صورت روابط ریاضی در دسترس قرار دارد مرهون تحقیقات داری است (Darcy, 1856). تعیین حریم حفاظت از چاه به‌طور کلی وابسته به دو موضوع است؛ اول شکل سطح تراز آب قبل از فعالیت چاه در آبخوان و دوم شکل مخروط افت ناشی از فعالیت چاه. ارتباط شیب و هدایت هیدرولیکی و سطح تراز آب در آبخوان با وجود رابطه داری مشخص شد، بعد از او دوپویی با فرض وجود چاه در مرکز جزیره‌ای گرد، معادله‌ی سطح تراز آب در اطراف چاه یا همان شکل مخروط افت را ارائه داد (Dupuit, 1863). تیم فرض آبخوان نامحدود را جایگزین فرض جزیره گرد کرده و به استفاده از رابطه‌ی دوپویی برای محاسبه‌ی مخروط افت در آبخوان‌های نامحدود اعتبار بخشید (Thiem, 1906). تایس جریان شعاعی گذرا به سمت چاه را فرموله کرد و رابطه‌ی او تحول بزرگی در هیدرولیک چاه پدید آورد (Theis, 1935). رابطه تایس برای آبخوان تحت فشار ارائه شد ولی برای آبخوان آزاد هم مورد استفاده قرار می‌گیرد، به شرطی که افت سطح آب در چاه کم باشد. بعدها نیومن و مونچ برای جریان شعاعی گذرا به سمت چاه در آبخوان آزاد روابطی را ارائه کرده‌اند که جزئیات بیشتری از شرایط چاه و آبخوان را در بر می‌گیرد (Neuman, 1974, 1972; Moench, 1997). سه رابطه‌ی اخیر دارای متغیر زمان هستند و برای محاسبه‌ی شعاع تأثیر در شرایط گذرا قابلیت استفاده دارند. معادلاتی از قبیل روابط مونچ، نیومن و تایس گرچه بر اساس ریاضیات تحلیلی استخراج شده‌اند، اما دارای پارامترهایی هستند که نیاز به تقریب از روش‌های حل تکرار دارند. روش تایس اگرچه محدودیت بیشتری برای تطابق با شرایط واقعی آبخوان و چاه دارد اما ساده‌تر بوده و با تکنیک‌هایی به یک روش حل کاملاً جبری تبدیل شده است. رابطه‌ی مذکور دارای یک تابع انتگرال نمایی است که مقدار آن را می‌توان از طریق جداول از پیش آماده شده یا از طریق روش‌هایی که بعدها برای تقریب آن ارائه شده به دست آورد. روش‌های ارائه شده توسط باری و همکاران و همچنین رابطه وطن‌خواه با درجه‌ی بالایی از دقت و روش کوپر و ژاکوب با درجه کمتری از دقت، مقدار این انتگرال نمایی را برآورد می‌کنند (Cooper and Jacob, 1946; Vatankhah, 2014; Barry, 2000). در طول تکامل علم هیدرولیک چاه، افراد مختلف دیگری برای شبیه‌سازی جریان در اطراف چاه یا برای برآورد شعاع تأثیر تلاش کرده و معادلاتی را به صورت تجربی یا بر اساس فرض جریان پایدار و یا بر اساس جریان ناپایدار ولی با فرضیات ساده کننده ارائه کردند، اما از دقت خوبی برخوردار نبوده و از ذکر آن‌ها خودداری می‌شود (Ahmadi et al., 2023; Louwyck et al., 2022; Dragoni 1998; Bresciani et al., 2020; Zhai et al., 2021). روابط تحلیلی عمدتاً دارای فرضیات ساده کننده هستند، لذا برای محاسبه و ترسیم یک مخروط افت سه‌بعدی که با شرایط واقعی آبخوان مطابقت بیشتری داشته باشد، استفاده از روش‌های حل عددی اجتناب‌ناپذیر است (Winston, 2019; Langevin, 2017). مخروط افت و حریم تأثیری که بر این اساس محاسبه می‌شود به واقعیت نزدیک‌تر است و بر اساس آن بهتر می‌توان در مورد تعیین حریم‌های حفاظت از چاه تصمیم گرفت.

تحقیقات گذشته در مورد مخروط افت و شعاع تأثیر و یا به طور کلی در مورد حریم تأثیر عمدتاً در آبخوان‌هایی انجام شده است که سطح آب در آبخوان موازی با سطح بستر در نظر گرفته شده و عمدتاً هر دو سطح افقی فرض شده‌اند، بنابراین در هر صورت ضخامت اشباع آبخوان ثابت فرض شده است. اما سطح تراز آب در آبخوان‌های آزاد واقعی تابع دیگر مشخصات فیزیکی آبخوان بوده و یک متغیر وابسته است که مقدار آن از مرزهای تقسیم بالادست تا مرزهای آبی پایین دست به تدریج کاهش می‌یابد. توصیف دقیق‌تر مخروط افت و شعاع تأثیر در این آبخوان‌ها نیازمند پژوهش بیشتر است و در این مطالعه یک مورد از آبخوان‌های مذکور که تاکنون چنین مطالعه‌ای در مورد آن گزارش نشده مورد بررسی قرار گرفته است.

در این پژوهش با استفاده از مدل ریاضی عددی مادفلو اثر پارامترهای مستقل آبخوان بر مخروط افت حریم تأثیر در یک آبخوان آزاد با سطح آب شیب‌دار مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج این تحقیق می‌تواند کمک مؤثری برای شناخت بیشتر مخروط افت و شعاع حریم تأثیر باشد و شناخت دقیق‌تر اثرات چاه بر آبخوان می‌تواند در مدیریت آبخوان از جهت فاصله‌گذاری مناسب بین چاه‌های آب و حفاظت کمی و کیفی آن‌ها مورد استفاده قرار گیرد.

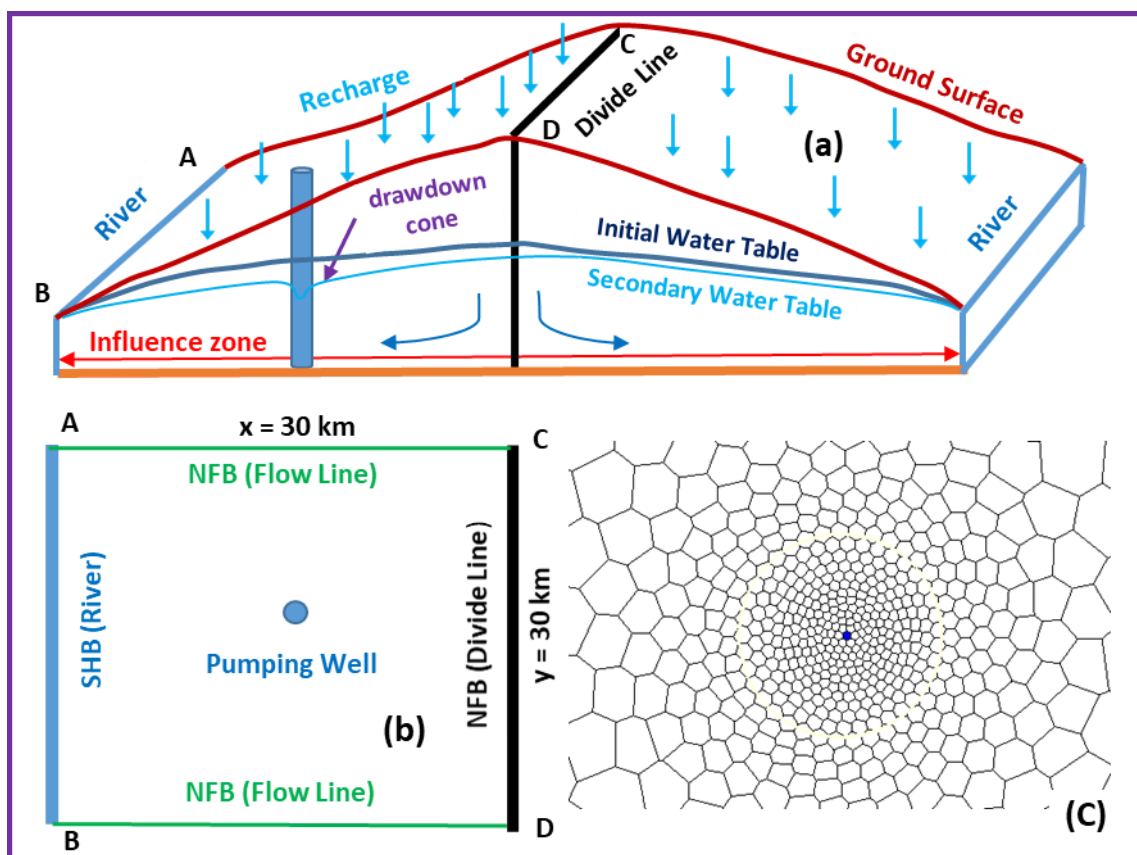
## مواد و روش‌ها

### طراحی آبخوان در مادفلو (Modflow)

نسخه‌های اولیه مدل مادفلو در سازمان زمین‌شناسی ایالات متحده از سال ۱۹۸۴ به بعد توسط مک‌دونالد و هارباک تهیه شده و امروزه نسخه‌های جدیدتر آن موجود است (McDonald, 1988; Langevin, 2017). این نرم‌افزار معادلات دیفرانسیل جریان آب زیرزمینی در محیط متخلخل را به صورت عددی حل می‌کند. مدل مذکور معمولاً به همراه دیگر برنامه‌های جانبی در بسته‌های نرم‌افزاری مختلفی تجمیع شده و در اختیار کاربران قرار داده شده است. نرم‌افزارهای مدل‌موس (ModelMuse) ارائه شده توسط سازمان زمین‌شناسی ایالات متحده و جی‌ام‌اس (Groundwater Modeling System) ارائه شده توسط آکوآو (Aquaveo) از نرم‌افزارهای قدرتمند شبیه‌سازی آب‌های زیرزمینی هستند که مدل مذکور را پشتیبانی می‌کنند (Winston, 2019).

در این تحقیق به منظور شبیه‌سازی یک چاه و بررسی اثر عوامل تأثیرگذار بر مخروط افت و شعاع تأثیر، از یک شبکه‌بندی نامنظم استفاده شده است. آبخوان تحت بررسی مطابق مدل مفهومی شکل ۱ از نوع آزاد آبرفتی در وسعتی به ابعاد ۳۰ در ۳۰ کیلومتر با سطح آب شیب‌دار و حد واصل بین یک خط تقسیم آب و یک رودخانه به ضخامت اشباع ۱۰۰ متر در زیر رودخانه، آبدهی ویژه ۰.۱، ذخیره ویژه ۰.۰۰۰۰۱، هدایت هیدرولیکی ۱۰ متر در روز و تغذیه سطحی ۸۰ میلی‌متر در سال انتخاب شده است. چاهی با دبی ۴۰۰۰ مترمکعب در روز در مرکز آبخوان تحت پمپاژ قرار گرفته و اثر پارامترهای آبخوان پس از یک مدت پمپاژ یک ساله استخراج شده است. دقت نتایج مدل عددی به نوع شبکه‌بندی، اطمینان از شرایط مرزی، اندازه‌ی گام‌های زمانی، مقدار حد تقارب در فرایند تکرار و غیره بستگی دارد. با تغییرات مکرر در این پارامترها و مقایسه نتایج با روش‌های تحلیلی مقادیر مناسب انتخاب شده است. ریزسازی در شبکه‌بندی به گونه‌ای انجام شده که در محل چاه اندازه‌ی سلول‌ها در حد قطر چاه بوده و به تدریج افزایش داده شده تا اینکه در مرزهای آبخوان به حدود ۵۰ متر در ۵۰ متر رسیده است (شکل ۱). برای گام‌های زمانی در شرایط گذرا، ابتدا از مقدار خیلی کم و از ۱۰ به توان منفی ۶ روز شروع شده و به تدریج تا یک دوره‌ی خشک ۲۱۰ روزه افزایش داده شده است؛ و سپس با تکرار مداوم دوره‌های تر ۱۵۵ روزه و خشک ۲۱۰ روزه شبیه‌سازی تا رسیدن به شرایط پایدار ادامه یافته است. در مواردی هم که

شبیه‌سازی برای شرایط پایدار مورد نظر بوده است، با اعمال مقدار متوسط تغذیه در طول کل سال این شرط محقق شده است.



شکل ۱. مدل مفهومی، شرایط مرزی و شبکه‌بندی استفاده‌شده در مادفلو برای شبیه‌سازی چاهی در مرکز آبخوان.  
Fig. 1. The conceptual model, boundary conditions and gridding in modflow are used to simulate a well in the center of the aquifer.

### مقایسه‌ی خروجی مدل عددی با روابط تحلیلی

شبیه‌سازی چاه در مادفلو با چنان دقتی که در حد مدل‌های تحلیلی باشد، قبلاً توسط افراد مختلفی تأیید شده است (Barrash, 1997). برای مقایسه نتایج حاصل از مدل مادفلو با روش‌های حل مونچ، نیومن و تاپس ابتدا لازم است که امکان محاسبه مقدار افت سطح آب در هر فاصله از چاه را در هر زمان برای این روش‌ها فراهم کرد. چون این روش‌های تحلیلی برای ضخامت یکسان و عدم وجود تغذیه سطحی ارائه شده‌اند لذا در ابتدا چاه در آبخوان با این شرایط شبیه‌سازی شده و از صحت خروجی‌های مدل اطمینان حاصل شده است. سپس شرایط واقعی بر آبخوان تحمیل شده و مخروط افت چاه با استفاده از مدل مادفلو استخراج شده و در این حالت هم نتایج با روش‌های تحلیلی مقایسه شده است. روش حل مونچ یک روش حل تحلیلی است که برای آبخوان آزاد ارائه شده و رابطه آن به این صورت معادله‌ی (۱) است. پارامترهای این رابطه در مقاله‌ی مونچ بیان شده و در مراحل حل تابع بسل نوع دو و مرتبه صفر است (Moench, 1997). این رابطه بر اساس بار هیدرولیکی بدون بعد در فضای لاپلاس تنظیم شده و حل جبری ندارد و استفاده از آن نیازمند برنامه‌های رایانه‌ای است. پس از حل این معادله افت سطح آب برای عمق متوسط سطح باز پیژومتر در هر فاصله از چاه و در هر زمان مشخص می‌گردد.

$$\bar{h}_D(r_D, z_{D1}, z_{D2}, p) = \frac{1}{z_{D2} - z_{D1}} \int_{z_{D1}}^{z_{D2}} \bar{h}_D(r_D, z_D, p) dz_D \quad (1)$$

روش حل نیومن یک روش حل تحلیلی است که برای آبخوان آزاد ارائه شده و رابطه‌ی آن به صورت معادله‌ی (۲) است. پارامترهای این رابطه در مقالات نیومن بیان شده و شامل تابع پسل نوع یک و مرتبه صفر است (Neuman, 1972). این رابطه حل جبری ندارد و استفاده از آن نیازمند برنامه‌های رایانه‌ای است. این رابطه نهایتاً پس از حل، افت سطح آب را برای عمق باز پیژومتر در هر فاصله از چاه و در هر زمان ارائه می‌دهد.

$$s(r, z, t) = \frac{Q}{4\pi T} \int_0^\infty 4yJ_0(y\beta^{1/2}) [u_0(y) + \sum_{n=1}^\infty u_n(y)] dy \quad (2)$$

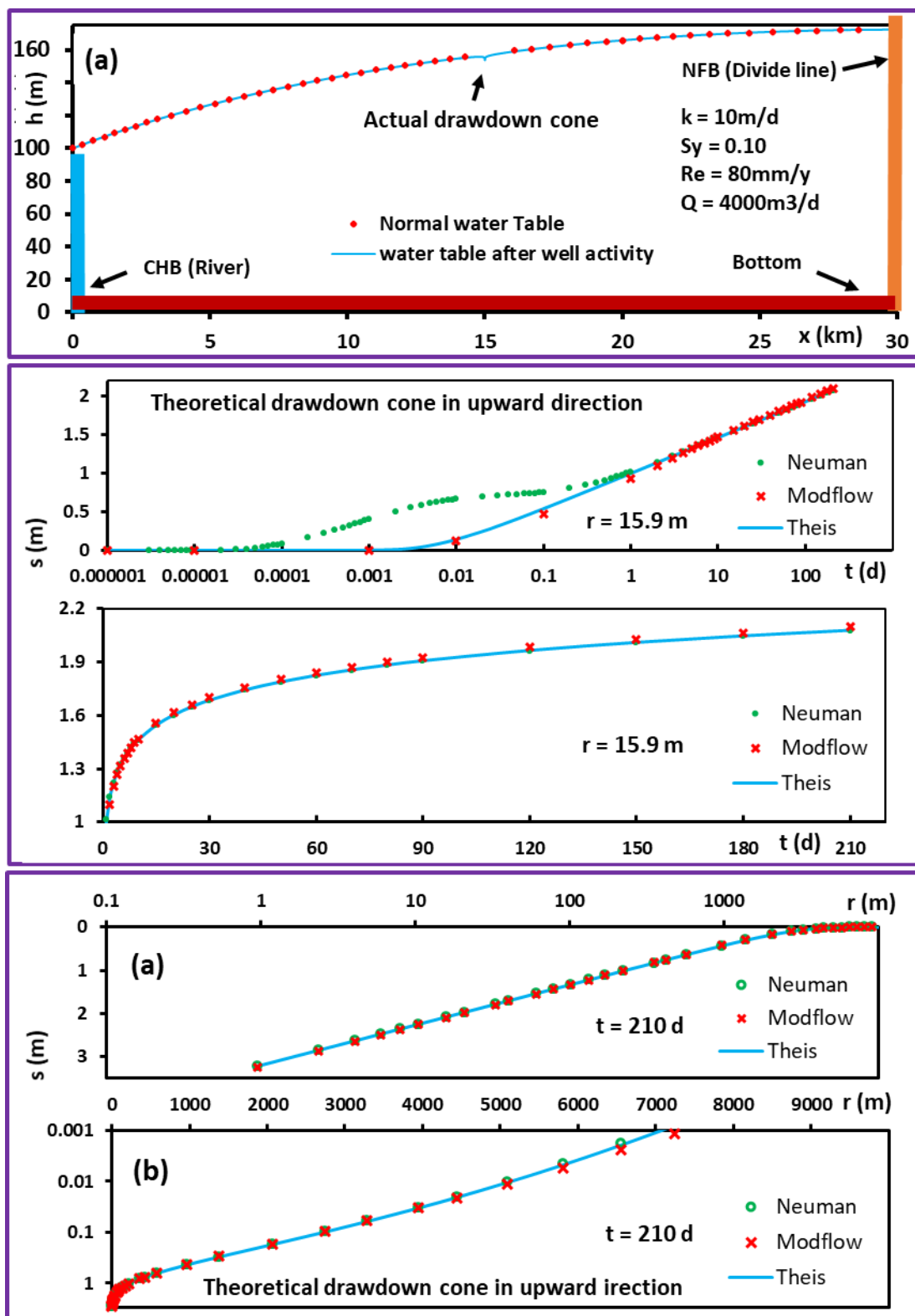
روش حل تیس یک روش حل تحلیلی است که برای آبخوان محبوس ارائه شده و در آبخوان آزاد با افت کم سطح آب معتبر بوده و رابطه آن به صورت معادله‌ی (۳) است. پارامترهای رابطه مذکور در مقاله تیس بیان شده و شامل یک تابع انتگرال نمایی است (Theis, 1935). محاسبه مقدار تابع انتگرال نمایی اگرچه نیازمند برنامه رایانه‌ای است اما روش‌هایی جبری نیز برای محاسبه‌ی آن ارائه شده است که با دقت خوبی مقدار آن را برآورد می‌کند. این رابطه نهایتاً افت متوسط سطح آب را در هر فاصله از چاه و در هر زمان ارائه می‌دهد.

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx \rightarrow s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad , \quad u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (3)$$

در این تحقیق برای هر سه رابطه مذکور از کد رایانه‌ای استفاده شده و امکان استفاده از رابطه تیس با استفاده از تقریب باری و همکاران هم فراهم شده است. تقریب موردنظر در برنامه‌هایی مانند اکسل قابلیت استفاده دارد و با استفاده از رابطه (۴) که توسط وطن‌خواه بازنویسی شده است، برای هر مقدار از  $u$  مقدار تابع انتگرال نمایی یا تابع  $W$  را برآورد می‌کند (Barry et al., 2000; Vatankhah, 2014).

$$W = \left( \frac{EXP(-u)}{0.5616 + 0.4385EXP(-2.2803u)} \right) \times \ln \left[ 1 + \left( \frac{0.5615}{u} \right) - 0.4385(A)^{-2} \right] \quad (4)$$

$$A = 1.0421u + (1 + u^{1.5})^{-1} + 1.0801(1 + 2.35u^{-1.0919})^{-1}$$



شکل ۲. مقایسه نتایج مادفلو و روش‌های تحلیلی برای آبخوان شکل ۱.

Fig.2. Comparison of modflow results and analytical methods for aquifer in Fig. 1.

در آبخوان آزاد ضخامت متغیر است اما در شرایط معمولی با اعمال ضخامت محل چاه به روابط تحلیلی تفاوت قابل ملاحظه‌ای در مخروط‌های افت مدل عددی و روابط تحلیلی برای مدت‌های پمپاژ کمتر از دو سال که شعاع تأثیر به مرزها نمی‌رسد، مشاهده نشده است. در آبخوان آزاد تغذیه از سطح وجود دارد اما در مقادیر معمولی تغذیه تفاوت قابل ملاحظه‌ای در مخروط‌های افت مدل عددی و روابط تحلیلی مشاهده نشده و علت آن لزوم پایداری سطح آب در آبخوان در تراز نرمال خود است که در مدل از طریق تغذیه کنترل می‌شود. البته این امکان هم وجود دارد که مخروط‌های افت را در دوره خشک با هم مقایسه کرد ولی در این حالت باید در مدل افت ناشی از جریان طبیعی آبخوان در مدت پمپاژ را در نظر گرفت و مقدار آن را از کل افت محاسبه شده نسبت به سطح تراز پایان دوره‌ی تر کم کرد و سپس آن را با مقدار افت روابط تحلیلی مقایسه کرد.

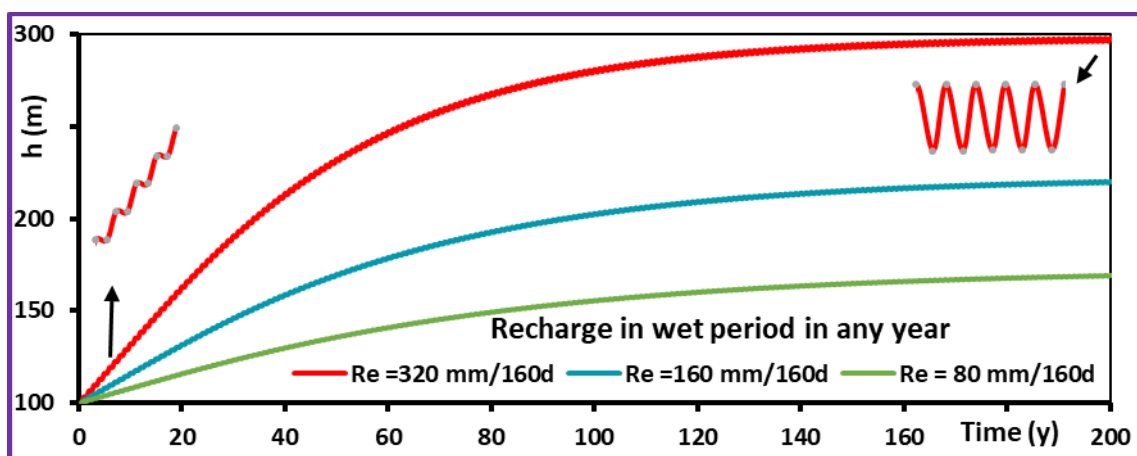
مقایسه نتایج مدل مادفلو با روش‌های تحلیلی از نظر زمانی نشان می‌دهد که از زمان یک روز به بعد تا کمتر از دو سال مقدار افت محاسباتی به روش‌های تحلیلی و عددی خیلی به هم نزدیک است و تفاوت چندانی ندارد (شکل ۲). فقط در زمان‌های کمتر از یک روز است که مقادیر افت محاسباتی در روش‌های مادفلو و تاپس بر نتایج مونچ و نیومن منطبق نیست و علت آن عدم لحاظ شدن جریان تأخیری در این روش‌ها است. مقایسه نتایج مدل مادفلو با روش‌های تحلیلی از نظر مکانی نشان می‌دهد که برای زمان‌های کمتر از دو سال مخروط‌های افت تا فواصل خیلی دور و افت‌های خیلی کم بر هم منطبق است (شکل ۲). از آنجایی که برای ترسیم مخروط افت و ارزیابی حریم تأثیر زمان‌های نسبتاً زیاد مورد نظر است، لذا عملاً تا زمانی که مخروط افت به مرزها نرسد، می‌توان از روش تاپس که ساده‌تر بوده و با تقریب باری به یک روش کاملاً جبری تبدیل شده است، در آبخوان آزاد هم استفاده کرد.

## نتایج و بحث

### بررسی سطح آب نرمال در آبخوان

جهت بررسی تغییرات پارامترهای آبخوان بر حریم تأثیر، ابتدا برای حالت‌های مختلف هر پارامتر، لازم است سطح آب نرمال استخراج شود. سطح آب نرمال سطح آب اولیه‌ای از آبخوان است که به طور طبیعی قبل از شروع هرگونه پمپاژ شکل گرفته است. این سطح آب در شرایط گذرا در انتهای دوره‌ی تر حداکثر تراز را دارد و در انتهای دوره‌ی خشک به حداقل تراز می‌رسد این سطح آب در صورت دریافت تغذیه‌ای نسبتاً برابر در سال‌های متوالی، در دامنه‌ی کوچکی نوسان داشته و نسبتاً پایدار است، و اگر شرایط پایدار در نظر گرفته شود در یک تراز مشخص تثبیت می‌شود (در شرایط پایدار فرض می‌شود مقدار تغذیه مربوط به دوره‌ی تر به تدریج در طول کل سال رخ خواهد داد). برای استخراج سطح آب نرمال برای هر مقدار از هر پارامتر، فقط آن پارامتر تغییر داده شده و سپس مدل با سطح آب اولیه‌ی افقی معادل تراز رودخانه اجرا شده است. در سال‌های آغازین به طور مداوم سطح آب در آبخوان افزایش می‌یابد و مقدار فراز آن در دوره‌ی تر بیشتر از مقدار فرود آن در دوره‌ی خشک است و این به آن معنی است که شیب هیدرولیکی آبخوان هنوز به مقدار مناسب نرسیده است. پس از یک مدت طولانی، سطح آب آبخوان به حالت نرمال رسیده و در انتهای دوره‌ی تر به مقدار مشخصی بالا آمده و در انتهای دوره‌ی خشک به همان مقدار پایین آمده است. پس از رسیدن به حالت تعادل، این سطح آب در پایان دوره‌ی تر، در پایان دوره خشک و یا در حالت پایدار که حد واسط این دو سطح است ذخیره شده و بعداً در شبیه‌سازی چاه به عنوان سطح آب اولیه مورد استفاده قرار گرفته است. در شکل ۳ چگونگی ایجاد سطح آب نرمال در

موقعیت خط تقسیم آب نشان داده شده است. همچنان که مشاهده می‌شود، با افزایش تغذیه سطح تراز آب در آبخوان افزایش و ضخامت اشباع آبخوان زیاد شده است.



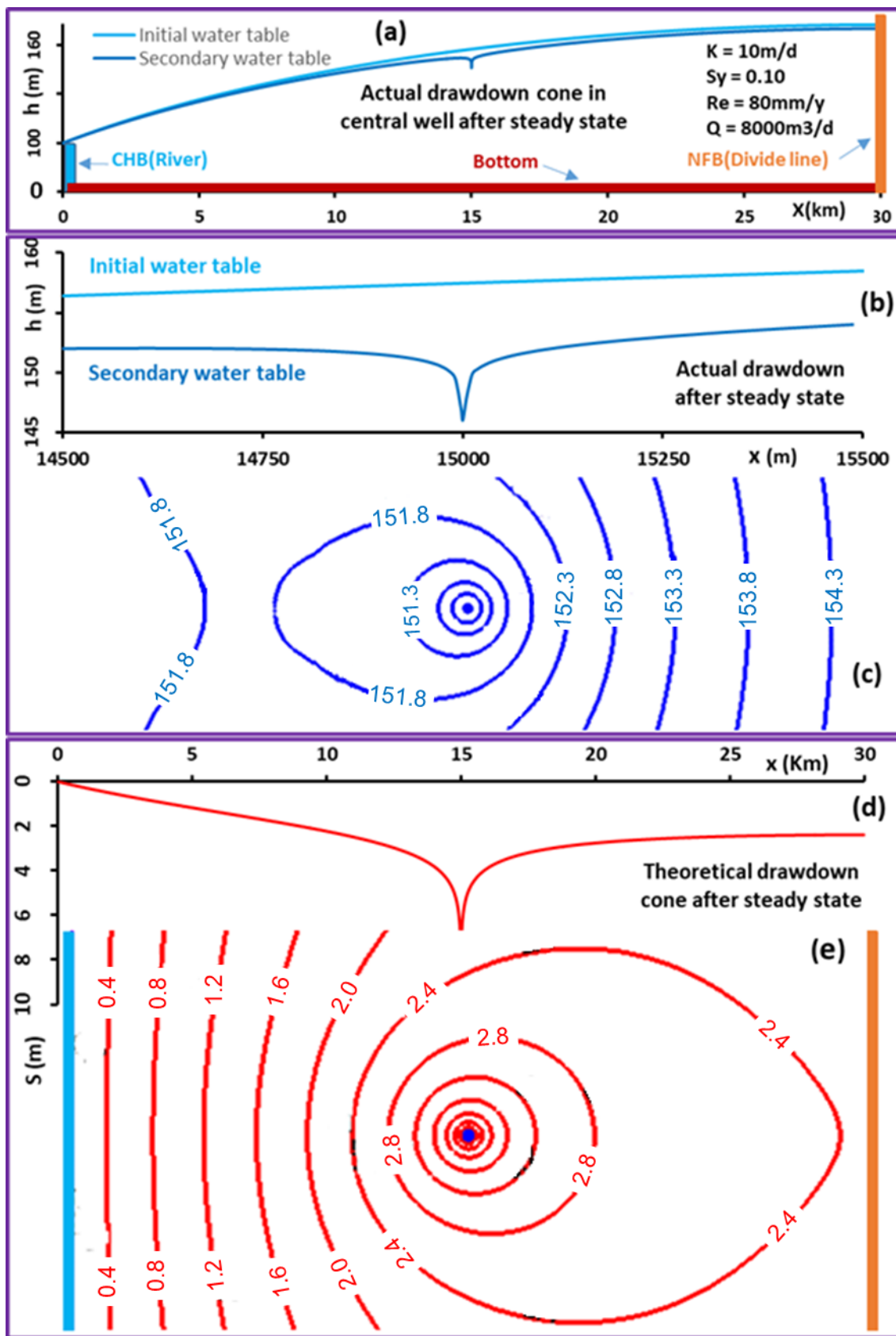
شکل ۳. چگونگی ایجاد سطح آب نرمال در خط تقسیم آب در آبخوان مورد مطالعه در شکل ۱.

Fig. 3. How to create a normal water table in the water divide line in the studied aquifer in Fig. 1.

### بررسی مخروط افت حقیقی و نظری چاه در آبخوان آزاد

در موضوع مخروط افت در چاه آب عملاً با دو نوع مخروط مواجه هستیم. یک مخروط معرف سطح افت آب در اطراف چاه نسبت با سطح تراز اولیه است. این مخروط تئوریک یا نظری یا محاسباتی بوده و قابل مشاهده نیست و معمولاً با منحنی‌های هم افت نمایش داده می‌شود. اگر سطح آب اولیه در آبخوان افقی باشد، منحنی‌های هم افت همگی دایره‌ای هستند (که چنین حالتی در طبیعت کمتر وجود دارد) و اگر سطح آب اولیه در آبخوان شیب‌دار باشد، منحنی‌های هم افت در اطراف چاه ابتدا دایره و بعد بیضوی و سپس باز خمیده خواهند بود و شیب به سمت پایین دست بیشتر است. مخروط دوم معرف سطح تراز آب پس از فعالیت چاه است و این مخروط واقعی و قابل مشاهده است. این مخروط در عمل با ترسیم منحنی‌های هم‌تراز سطح آب نمایش داده می‌شود. در این حالت منحنی‌های هم‌تراز ابتدا در اطراف چاه دایره و بعد بیضوی و سپس باز خمیده خواهند بود اما شیب به سمت بالادست بیشتر خواهد بود. در شکل ۴ موقعیت مخروط‌های افت حقیقی و نظری برای آبخوان مورد مطالعه نشان داده شده است. با استخراج مخروط افت نظری عملاً افت طبیعی سطح آب در آبخوان که ناشی از جریان منطقه‌ای است حذف شده و فقط اثر چاه ظاهر می‌شود لذا در بررسی اثر پارامترهای مؤثر بر مخروط افت عملاً مخروط‌های افت نظری نمایش داده و مقایسه می‌شوند. اما در بررسی جریان و تعیین حریم آبخیز چاه، محاسبه و نمایش مخروط افت حقیقی ضرورت دارد لذا در این مورد مخروط افت حقیقی که معرف مجموع افت ناشی از جریان منطقه‌ای و افت ناشی از چاه است نمایش داده می‌شود. لازم به ذکر است که مقیاس نمایش این دو مخروط افت متفاوت است چراکه در نمایش مخروط افت حقیقی یک چاه در کل آبخوان جزئیات ظاهر نمی‌شود و علت آن اختلاف زیاد سطح تراز در ابتدا و انتهای آبخوان است، به همین علت این مخروط افت در مقیاس بزرگ‌تر و فقط برای محدوده‌ی کوچکی در اطراف چاه نمایش داده می‌شود (شکل ۴ قسمت‌های b و c).



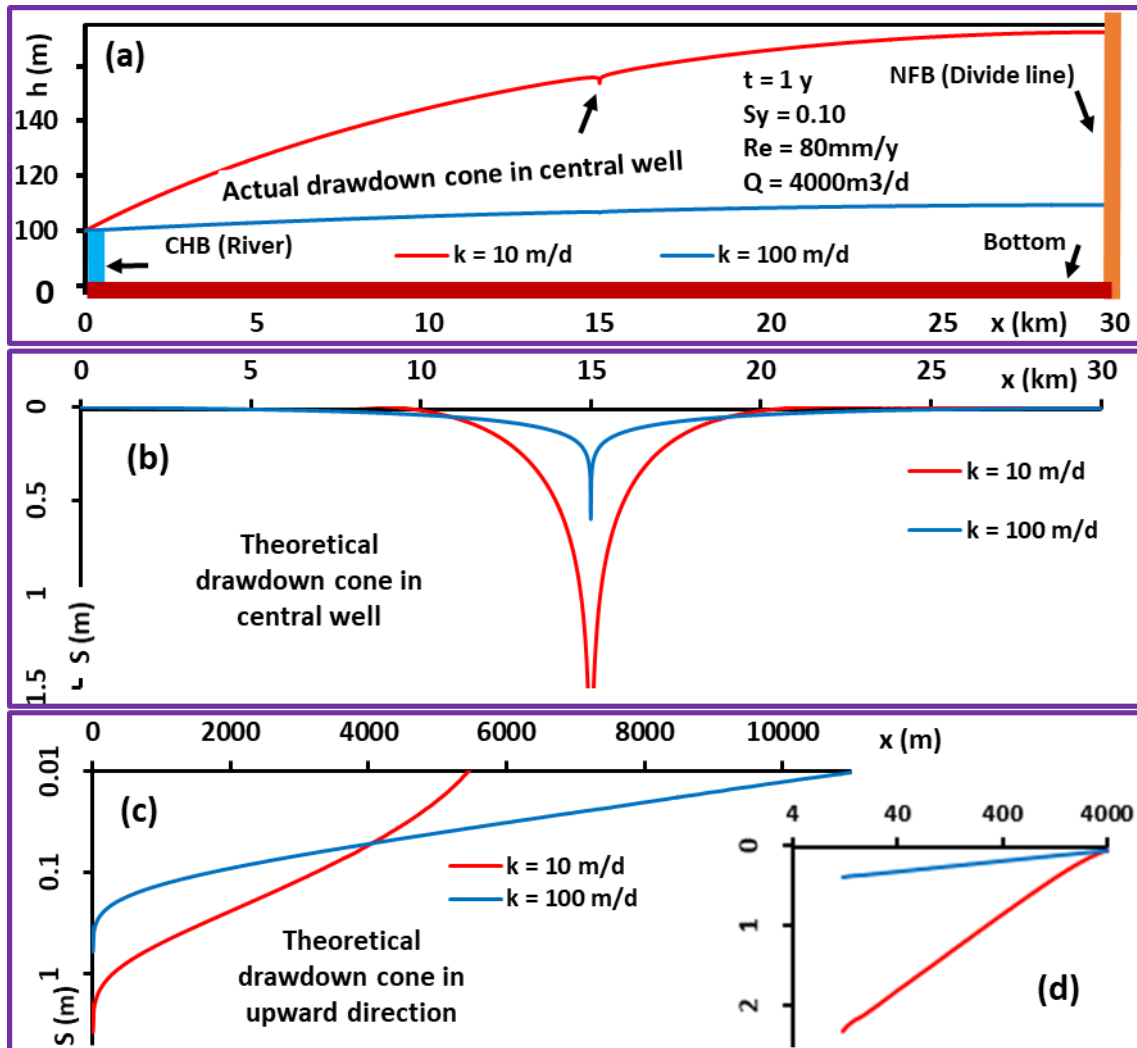


شکل ۴. مخروط افت حقیقی و نظری برای چاه موجود در مرکز آبخوان مورد مطالعه در شکل ۱.

Fig.4. Actual and theoretical drawdown cone for the well in the center of the studied aquifer in Fig. 1.

### بررسی اثر هدایت هیدرولیکی، ضخامت اشباع و قابلیت انتقال

قابلیت انتقال ( $T$ ) حاصل ضرب ضریب هدایت هیدرولیکی ( $K$ ) و ضخامت اشباع ( $b$ ) در آبخوان است. بنابراین اثر تغییرات این سه پارامتر بر مخروط افت و شعاع تأثیر همانند هم خواهد بود. در مورد آبخوان آزاد تغییر مقدار هدایت هیدرولیکی باعث تغییر در تراز سطح آب و تغییر در ضخامت اشباع هم خواهد شد که این موضوع با استخراج سطح آب نرمال برای هر مقدار از هدایت هیدرولیکی مشخص می‌شود (شکل ۵ قسمت a). همچنانکه مشاهده می‌شود افزایش  $k$  باعث کاهش  $b$  شده است اما در مجموع با افزایش  $k$  مقدار  $T$  افزایش یافته است. قابلیت انتقال در رابطه تاپس در معادله ۳ با علامت  $T$  نشان داده شده است. چنانکه در این رابطه دیده می‌شود، ضریب انتقال به دو صورت بر مقدار افت اثر دارد؛ در یک مورد به عنوان ضریب  $W$  ظاهر شده و در مورد دوم در مقدار  $u$  ظاهر می‌شود و چون مقدار  $W$  خود تابعی از  $u$  است لذا تغییر  $T$  هم باعث تغییر ضریب  $W$  و هم باعث تغییر  $W$  می‌شود. این شکل از اثرگذاری باعث می‌شود که افزایش  $T$  در فواصل مختلف از چاه اثرات متفاوتی داشته باشد، به گونه‌ای که افزایش  $T$  در فواصل نزدیک باعث کاهش افت ( $s$ ) و در فواصل دور باعث افزایش افت می‌گردد. به عبارتی دیگر با افزایش  $T$  مخروط افت گسترده‌تر و کم‌عمق‌تر می‌شود. در شکل ۵ اثر تغییرات  $T$  بر مخروط افت و شعاع تأثیر نشان داده شده است. همچنان که دیده می‌شود بخش قابل توجه مخروط افت که مقدار افت در آن حدود ۱۰ سانتیمتر است، در شعاع ۴۰۰۰ متری قرار دارد و در این فاصله با افزایش  $T$  مقدار افت کاهش یافته و مقدار شعاع تأثیر مرتبط با آن هم کاهش یافته است. از این فاصله به بعد است که با افزایش  $T$  مقدار افت و مقدار شعاع تأثیر مرتبط با آن هم افزایش می‌یابد. نکته قابل توجه در این مورد آن است که در فاصله خاصی از چاه (در این مورد حدود ۴۰۰۰ متر) برای دو مقدار متفاوت از  $T$  مقدار افت یکسانی حاصل شده است. این موضوع نشان دهنده آن است که اگر از معیار مقدار افت مطلق برای تعیین شعاع تأثیر استفاده شود و در انتخاب آن دقت کافی صورت نگیرد، شعاع انتخاب شده با شعاع واقعی تفاوت قابل توجهی خواهد داشت. در این مورد برای افت ۱ سانتیمتر مقدار شعاع تأثیر از حدود ۵۵۰۰ تا ۹۰۰۰ متغیر است در حالی که برای افت تقریباً ۱۰ سانتیمتری مقدار شعاع تأثیر برای دو مقدار متفاوت از  $T$  حدود ۴۰۰۰ متر است (شکل ۵ قسمت c). این موضوع لزوم توجه بر کلیت مخروط افت به جای عدد شعاع تأثیر را نشان می‌دهد.

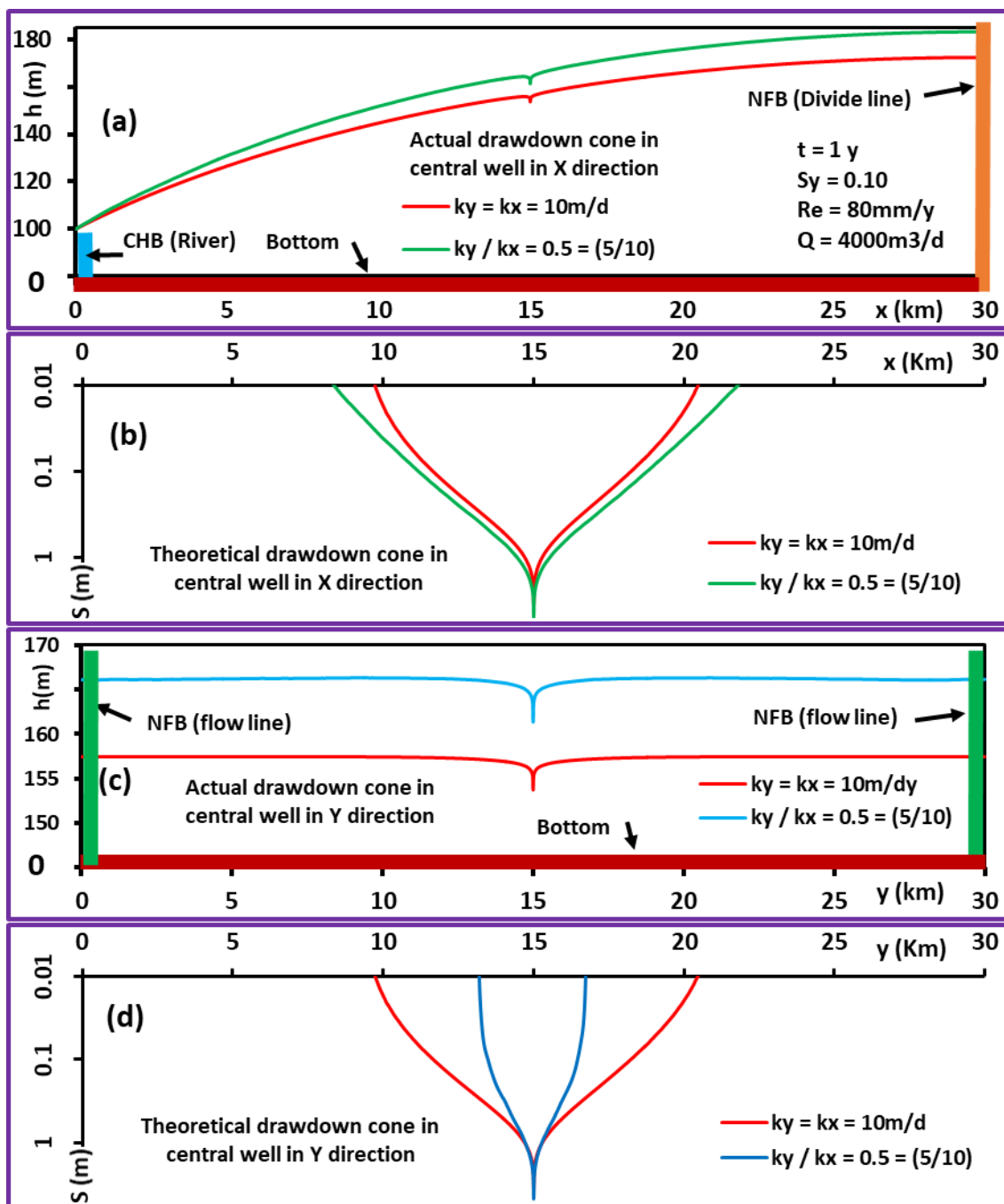


شکل ۵. اثر قابلیت انتقال بر مخروط افت و شعاع تأثیر.

Fig.5. The effect of transmissivity on drawdown cone and influence radius.

### بررسی اثر انیزوتروپی افقی

انیزوتروپی مربوط به تغییرات هدایت هیدرولیکی در جهت‌های  $x, y, z$  است. تغییر هر کدام از این پارامترها باعث تغییر قابلیت انتقال می‌شود. وقتی در جهت  $y$  هدایت هیدرولیکی کم می‌شود، مخروط افت در جهت  $x$  مقدار کمی گسترده‌تر ولی به مقدار زیادی در جهت  $y$  فشرده‌تر می‌گردد. این تغییرات با توجه به تغییر حجم مخروط افت قابل توجه است و در شکل ۶ این تغییرات در مخروط افت برای یک نسبت انیزوتروپی افقی نیم برابری در آبخوان مورد نظر نشان داده شده است. همچنانکه مشاهده می‌شود با تغییر هدایت هیدرولیکی در جهت  $y$  از ۱۰ متر بر روز به ۵ متر در روز، شعاع تأثیر یک ساله برای افت ۱ سانتیمتر در جهت  $x$  حدود ۱۰۰۰ متر افزایش یافته اما در جهت  $y$  حدود ۳۰۰۰ متر کاهش یافته است. لازم به ذکر است که انیزوتروپی افقی در آبخوان آزاد با سطح آب شیب‌دار باعث تغییر در سطح آب نرمال هم شده و بنابراین باعث تغییر در قابلیت انتقال هم می‌شود (شکل ۶ قسمت a).



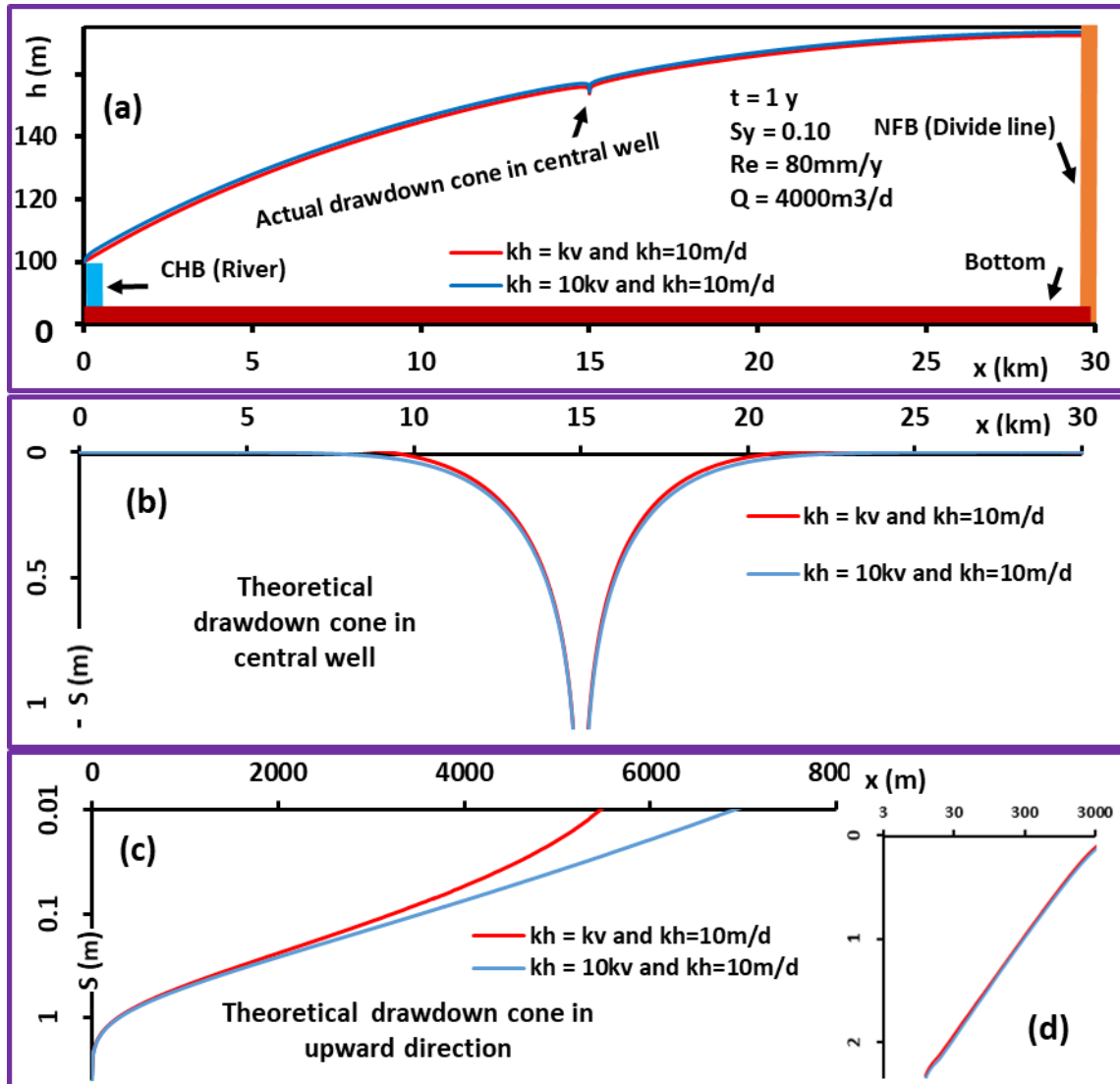
شکل ۶. اثر انیزوتروپی افقی بر مخروط افت و شعاع تأثیر.

Fig.6. The effect of horizontal anisotropy on the drawdown cone and influence radius.

### بررسی اثر انیزوتروپی عمودی

همچنانکه در بخش انیزوتروپی افقی بیان شد انیزوتروپی مربوط به تغییرات هدایت هیدرولیکی در جهت‌های فضایی  $X, Y, Z$  است و تغییر هر کدام از این پارامترها باعث تغییر قابلیت انتقال در آن جهت می‌شود. عمدتاً به علت وزن طبقات بالایی و تمایل رسوب‌گذاری خاکدانه‌های دیسکی به صورت افقی، انیزوتروپی در جهت عمودی در آبخوان شایع‌تر از انیزوتروپی افقی است اما بررسی‌ها نشان می‌دهد که در صورت نفوذ کامل چاه و در آبخوان‌هایی با ضخامت اشباع معمولی در حد چندین ۱۰ متر، اثرات آن بر مخروط افت ناچیز است (شکل ۷). همچنانکه دیده می‌شود ایجاد یک ناهمگنی

عمودی که در آن هدایت هیدرولیکی در جهت عمودی به یک دهم هدایت هیدرولیکی افقی کاهش یافته است، تا فواصل حدود ۳۰۰۰ متری و تا افت ۱۰ سانتیمتری تغییری در مقدار افت اطراف چاه و در شکل مخروط افت ایجاد نکرده و فقط از این فاصله به بعد است که مقدار افت بیشتر و مخروط افت گسترده‌تر شده است.



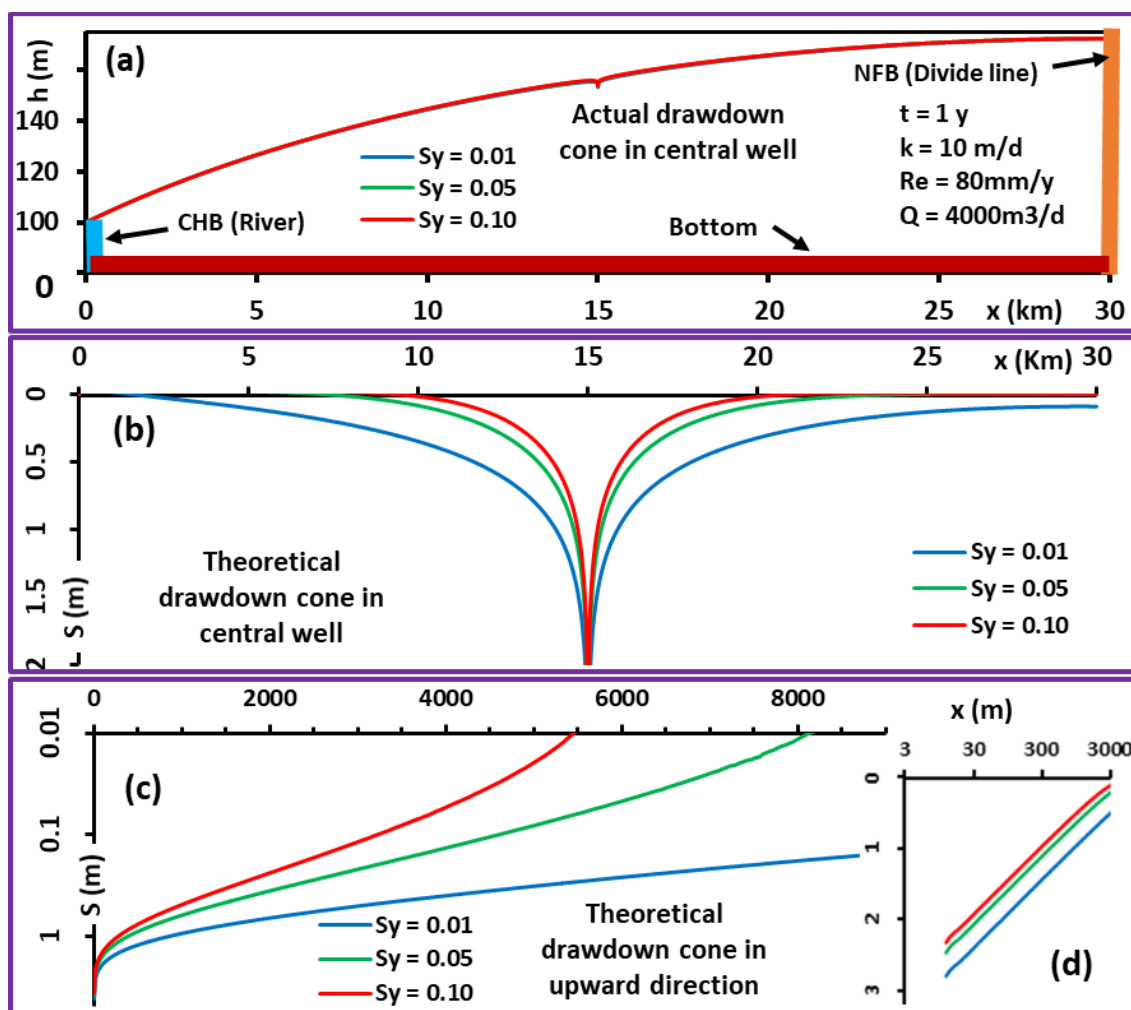
شکل ۷. اثر انیزوتروپی عمودی بر مخروط افت و شعاع تأثیر.

Fig.7. The effect of vertical anisotropy on drawdown cone and influence radius.

### بررسی اثر قابلیت ذخیره، ذخیره ویژه و آبدهی ویژه

قابلیت ذخیره (Storativity) در آبخوان آزاد حاصل جمع آبدهی ویژه (Specific Yield) و ضریب ذخیره (Storage Coefficient) است و ضریب ذخیره خود حاصل ضرب ذخیره ویژه (Storage Coefficient) در ضخامت اشباع است. قابلیت ذخیره در رابطه تیس در معادله ۳ در مقدار  $u$  ظاهر می‌شود. با افزایش  $S$  مقدار  $u$  زیاد و مقدار  $W$  کاهش و نهایتاً مقدار افت و حریم تأثیر کاهش می‌یابد. همچنان‌که در شکل ۸ مشاهده می‌شود با افزایش  $S$  به‌طور پیوسته حریم تأثیر کوچک می‌شود و این کاهش حجم مخروط افت هم در جهت سطحی و هم در جهت عمقی رخ می‌دهد اما نرخ کاهش عرضی خیلی بیشتر از نرخ کاهش عمقی است. چنانکه ملاحظه می‌شود با افزایش ۵ برابری قابلیت ذخیره از ۱ درصد به ۵ درصد، شعاع تأثیر برای افت ۱ سانتیمتری از حدود ۸۰۰۰ متر به حدود ۵۵۰۰ متر می‌رسد اما مقدار افت در اطراف

چاه کاهش چشمگیری نداشته است. در واقع با افزایش قابلیت ذخیره، مخروط افت در مقیاس نیمه لگاریتمی به صورت یکنواخت به سمت چاه (نه فقط به سمت بالا) تغییر موقعیت می‌دهد و از حجم آن کاسته می‌شود (شکل ۸ قسمت d).



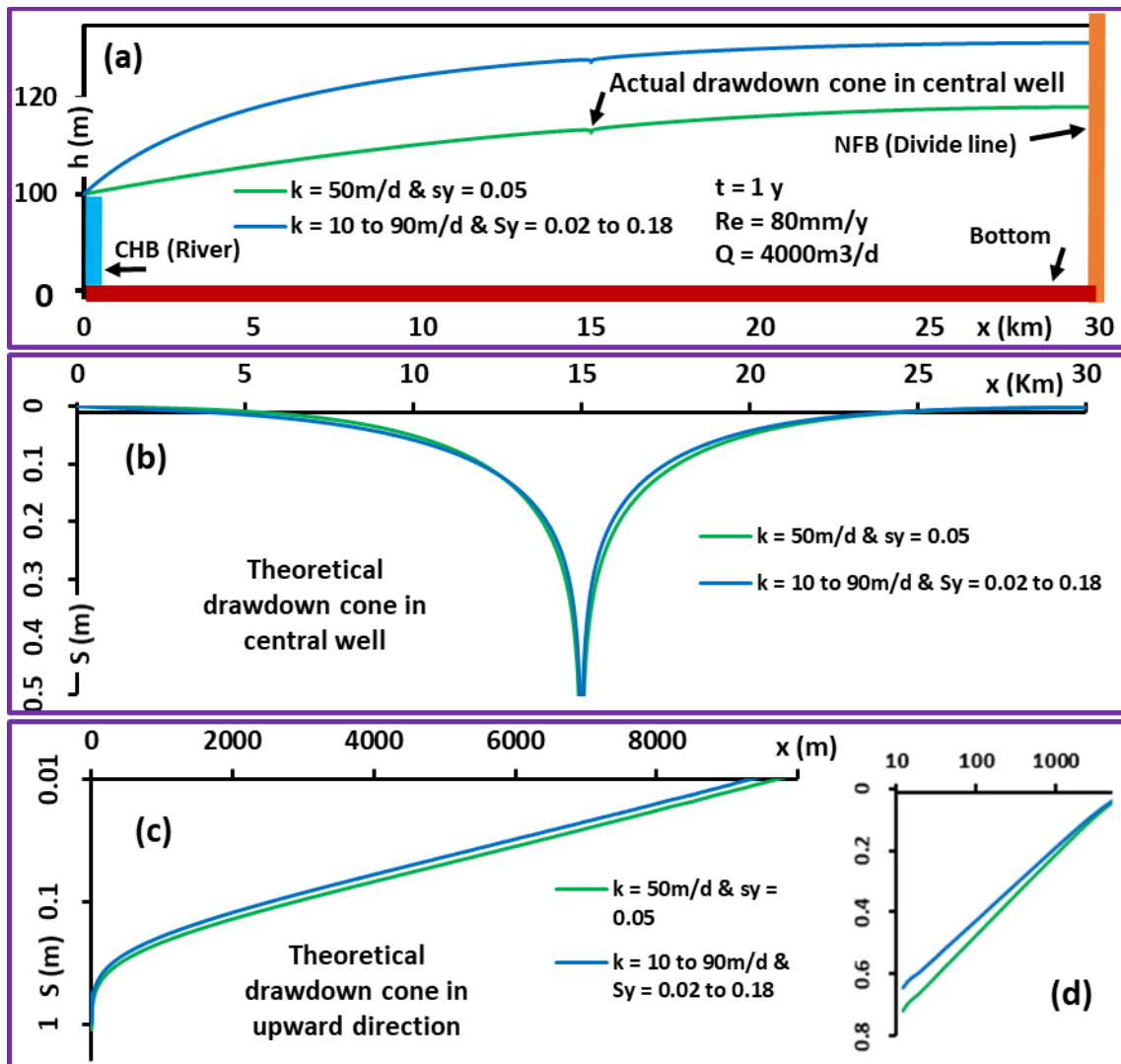
شکل ۸. اثر قابلیت ذخیره بر مخروط افت و شعاع تأثیر.

Fig.8. The effect of storativity on the drawdown cone and influence radius.

### بررسی اثر ناهمگنی

با توجه به شناختی که از نحوه شکل‌گیری رسوبات در حوضه‌های آبریز وجود دارد می‌توان دریافت که عمدتاً ناهمگنی (Heterogeneity) دارای جهت مشخصی بوده و مسئله‌ای اتفاقی نیست. ناهمگنی در آبرفت عمدتاً در جهت جریان رسوب‌گذاری شکل می‌گیرد. به این ترتیب که به سمت بالادست قابلیت انتقال و قابلیت ذخیره هر دو زیاد و به سمت پایین دست هر دو کم شده و انتظار می‌رود که اثر معکوس آن‌ها مانع گسترش یا فشردگی زیاد مخروط افت در جهت بالادست و در جهت پایین دست شود. در جهت چپ و راست هم تغییر قابل توجهی در وسعت مخروط افت ایجاد نخواهد شد. نهایتاً بر اثر ناهمگنی در مخروط افت نظری تغییراتی در شیب مخروط ایجاد شده اما تغییر چندانی در وسعت آن ایجاد نخواهد شد. در شکل ۹ یک ناهمگنی خطی از سمت چپ به سمت راست در آبخوان ایجاد شده و هدایت هیدرولیکی از ۱۰ به ۹۰ متر بر روز و آبدهی ویژه از ۲ درصد به ۱۸ درصد افزایش یافته است. در این ناهمگنی در مرکز آبخوان و در محل چاه هدایت هیدرولیکی ۵۰ متر در روز و آبدهی ویژه ۵ درصد خواهد بود. برای مقایسه، همین آبخوان در شرایط

همگن با هدایت هیدرولیکی ۵۰ متر در روز و آبدهی ویژه ۵ درصد شبیه‌سازی شده است. همچنانکه در شکل ۹ مشاهده می‌شود ناهمگنی باعث تغییر در سطح آب نرمال شده اما تغییر چندانی در مخروط افت ایجاد نکرده است.

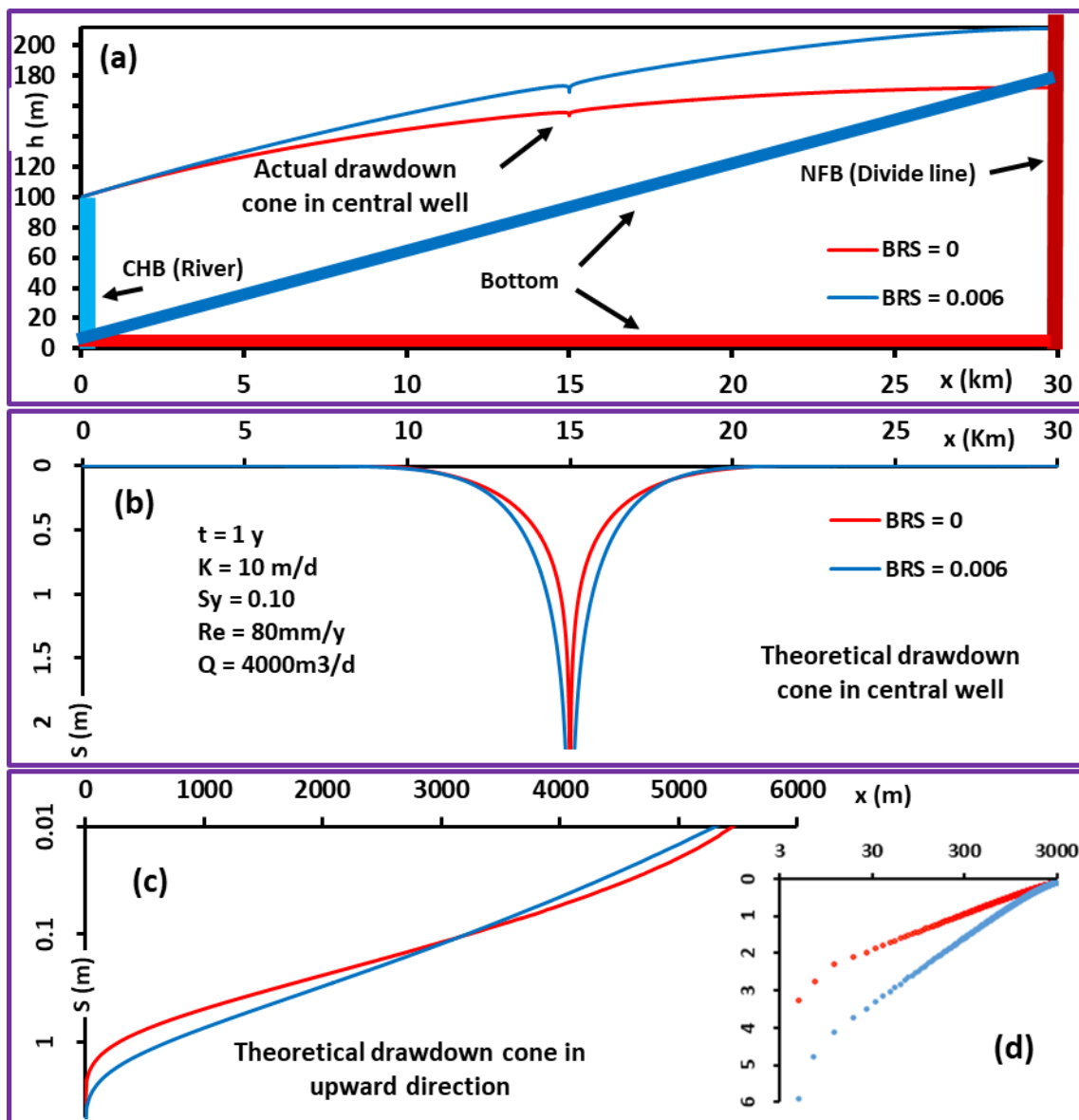


شکل ۹. اثر ناهمگنی بر مخروط افت و شعاع تأثیر.

Fig.9. The effect of heterogeneity on the drawdown cone and influence radius.

### بررسی اثر شیب بستر

با افزایش شیب بستر آبخوان آزاد، از ضخامت اشباع کاسته شده و ضریب انتقال کاهش می‌یابد. بنابراین انتظار می‌رود که اثر افزایش شیب بستر همانند اثر کاهش قابلیت انتقال باشد. در شکل ۱۰ برای چاه موجود در آبخوان مورد نظر مخروط افت ظاهری برای شیب بستر ۶ در هزار محاسبه شده و با مخروط افت بستر افقی مقایسه شده است. چنانکه دیده می‌شود با افزایش شیب بستر، ضخامت اشباع کاهش یافته و این کاهش ضخامت در بالادست آبخوان بیشتر است. همچنانکه دیده می‌شود مخروط افت بستر شیب‌دار در نزدیک چاه عمیق‌تر و در فواصل دورتر مقدار کمی از گسترش سطحی آن کاسته شده است. چنانکه دیده می‌شود با افزایش شیب بستر سطح تراز نرمال افزایش یافته اما مقدار افزایش آن کمتر از افزایش تراز بستر است. همین موضوع باعث می‌شود که بتوان با تغییر شیب بستر، یک آبخوان شیب‌دار با ضخامت نسبتاً برابر در کل آبخوان ایجاد کرده و در برخی مطالعات از آن استفاده کرد.



شکل ۱۰. اثر شیب بستر بر مخروط افت و شعاع تأثیر.

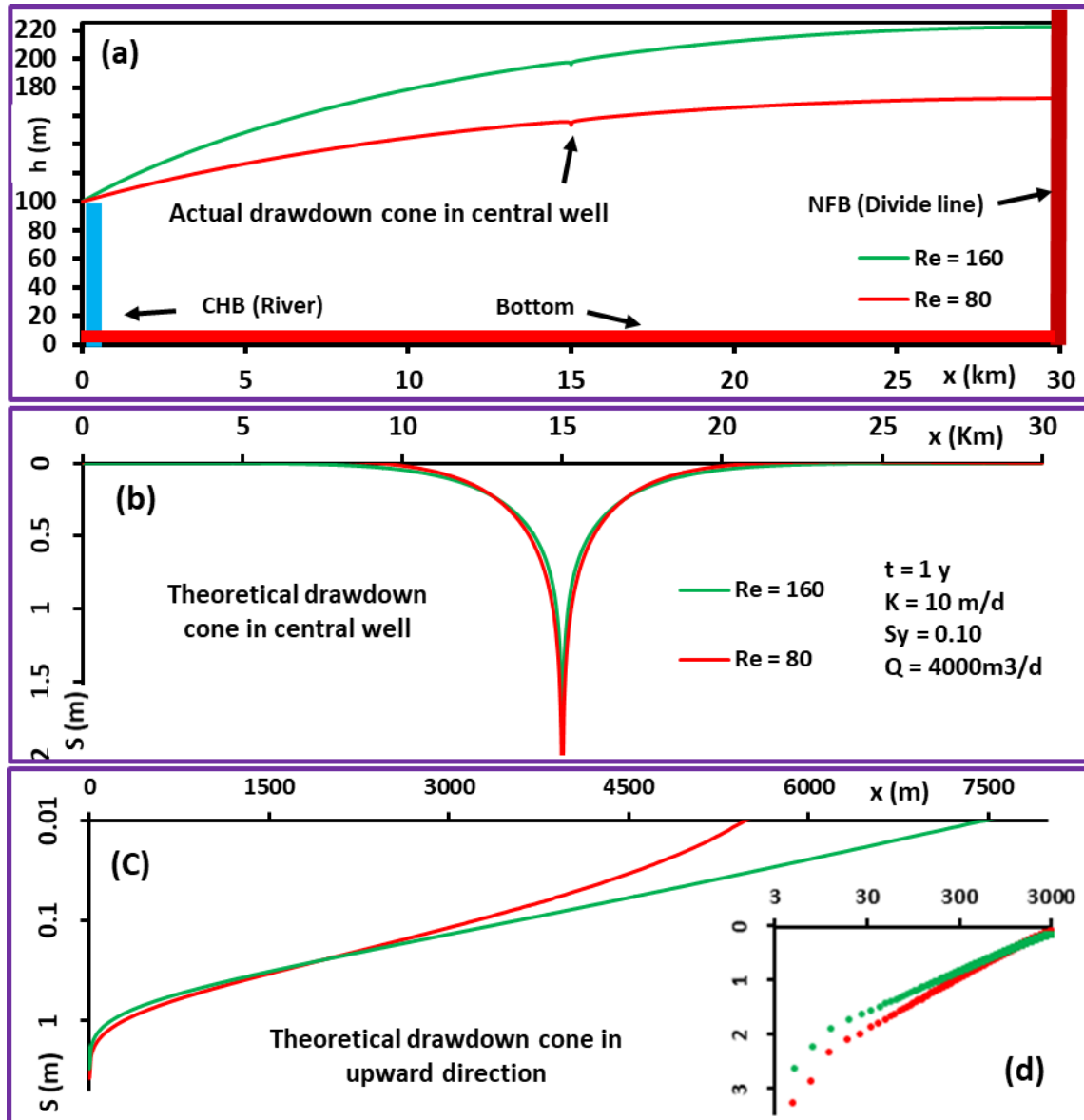
Fig.10. The effect of bed slope on the drawdown cone and influence radius.

### بررسی اثر تغذیه از سطح آبخوان

در فرض افقی بودن سطح آب اولیه در آبخوان هرگونه افزایش یکنواخت تغذیه در آبخوان در مدت مورد نظر، مقدار ثابتی سطح آب کل آبخوان را بالا خواهد آورد و بنابراین در پایان زمان مورد نظر، آبخوان یک سطح آب ثانویه خواهد داشت که بالاتر از سطح آب اولیه خواهد بود. مقدار بالا آمدن سطح آب آبخوان در تغذیه یکنواخت برابر با حاصل تقسیم مقدار تغذیه بر آبدهی ویژه است. اگر افت‌های مخروط افت نسبت به سطح آب ثانویه سنجیده شوند ملاحظه خواهد شد که تمام مخروط‌های افت برای هر مقدار تغذیه بر هم منطبق خواهند بود. این رویداد به این معنی است که در صورت وجود تغذیه از سطح در زمان پمپاژ، شکل کلی مخروط افت تغییر نمی‌کند؛ بلکه فقط به صورت قائم تغییر موقعیت می‌دهد و به سمت بالا صعود می‌کند (Ahmadi et al., 2023). اما در آبخوان آزاد با شیب‌دار، سطح آب نرمال و ضخامت اشباع و ضریب انتقال تابع مقدار تغذیه متوسط در سطح آبخوان بوده و در تغذیه‌ی بالاتر مقادیر آن‌ها بیشتر



است و به همین علت مخروط‌های افت در مقادیر مختلف تغذیه بر هم منطبق نبوده و با هم تفاوت دارند. در این حالت اثر تغذیه همانند اثر قابلیت انتقال بوده و در مقادیر بیشتر تغذیه، قابلیت انتقال بیشتر و مقدار افت در نزدیک چاه کمتر ولی در فواصل دور از چاه، مقدار افت بیشتر و مخروط افت گسترده‌تر است (شکل ۱۱).



شکل ۱۱. اثر تغذیه یکنواخت بر مخروط افت و شعاع تأثیر.

Fig.11. The effect of uniform recharge on the drawdown cone and influence radius.

### نتیجه‌گیری

حریم تأثیر هر چاه آب، منطقه‌ای در اطراف آن است که فعالیت چاه باعث تغییر تراز و سرعت حرکت آب در آن می‌شود و معمولاً با دو مشخصه که یکی مخروط افت و دیگری شعاع تأثیر است معرفی می‌شود. هدف از این تحقیق مطالعه‌ی مخروط افت در شرایطی غیر از فرضیات مطرح شده در روابط تحلیلی و بررسی اثر پارامترهای فیزیکی آبخوان بر آن در یک آبخوان آزاد آبرفتی با سطح آب شیب‌دار است که در حد واصل یک مرز تقسیم آب و یک رودخانه قرار دارد. بررسی این موضوع از آن جهت اهمیت دارد که موضوعات مربوط به حفاظت از چاه نیازمند شناخت همه جانبه از حریم تأثیر

است اما تاکنون چنین مطالعه‌ای در آبخوان آزاد با سطح آب شیب‌دار گزارش نشده است. این مطالعه برای آبخوان مورد نظر با استفاده از مدل ریاضی عددی مادفلو انجام شده و نوآوری پژوهش در آن است که با استخراج سطح آب نرمال برای هر ترکیبی از پارامترهای آبخوان و معرفی آن به عنوان سطح آب اولیه و اعمال تغذیه یکنواخت برای تثبیت آن، اثر افت ناشی از جریان طبیعی آبخوان در مدت پمپاژ را حذف کرده و امکان مقایسه‌ی نتایج مدل عددی مادفلو با نتایج مدل‌های تحلیلی مونچ، نیومن و تاپس را فراهم کرده است. همچنین با معرفی و تفکیک مخروط افت حقیقی و نظری نقش منحنی‌های هم‌تراز و هم‌افت در توصیف اثر چاه بر آبخوان را مشخص کرده و با تحلیل مخروط افت نظری در سیستم‌های مختصات متنوع، تغییرات افت در فواصل دور و نزدیک از چاه را به خوبی نشان داده است. نتایج نشان داد که با تداوم پمپاژ، حریم تأثیر چاه به طور مداوم گسترش یافته تا اینکه نهایتاً به مرزهای خارجی آبخوان برسد و پس از آن همچنان بر مقدار افت سطح آب افزوده می‌شود؛ تا اینکه پس از یک مدت خیلی طولانی چندین ساله به حالت پایدار رسیده و افت سطح آب متوقف می‌شود. بنابراین ذکر عددی برای شعاع تأثیر بدون معیار زمان و افت، فاقد اعتبار است و نباید شعاع تأثیر به عنوان یک پارامتر از چاه مورد توجه قرار گیرد. نتایج مشخص کرد که پارامترهایی نظیر هدایت هیدرولیکی، ضخامت اشباع، ضریب انتقال، انیزوتروپی افقی، شیب بستر و مقدار تغذیه در آبخوان آزاد شیب‌دار اثری دوگانه بر مخروط افت دارند و اگر بالا بودن آن‌ها باعث کاهش افت در فواصل کم شود، در فواصل دور باعث افزایش افت می‌شود و یا برعکس اگر بالا بودن آن‌ها باعث افزایش افت در فواصل کم شود، در فواصل دور باعث کاهش افت می‌شود. نتایج مؤید آن است که ناهمگنی معمولی تغییر چندانی بر مخروط افت ندارد و علت آن اثرات معکوس هدایت هیدرولیکی و آبدهی ویژه بر مقدار افت است. همچنین نتایج نشان داد که هدایت هیدرولیکی، انیزوتروپی افقی و آبدهی ویژه اثری شدید ولی انیزوتروپی عمودی و ناهمگنی اثری ناچیز بر مخروط افت دارند.

### قدردانی

نویسندگان از آقای دکتر ندری به خاطر کد نویسی روش‌های حل تحلیلی مونچ، نیومن و تاپس و در اختیار قرار دادن برنامه‌ی رایانه‌ای مربوطه و از آقای دکتر چیت‌سازان به خاطر راهنمایی‌های ارزنده کمال تشکر و قدردانی را دارند.

### مراجع

- Ahmadi, A., Chitsazan, M., Mirzaee, S. Y., Nadri, A. 2022. The effects of aquifer and well parameters on Capture Zone and Discharge Zone in alluvial unconfined aquifers [Original Research]. *Journal of Engineering Geology*, 16(2), 180-207. <https://doi.org/10.22034/jeg.2023.16.2.1019241>
- Ahmadi, A., Chitsazan, M., Mirzaee, S. Y., Nadri, A. 2023. The effects of influence radius and drawdown cone on the areas related to the protection of water wells. *Journal of Hydrology*, 617, 129001. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2022.129001>
- Barrash, W., Dougherty, M. E. 1997. Modeling axially symmetric and nonsymmetric flow to a well with MODFLOW, and application to Goddard2 well test, Boise, Idaho. *Groundwater*, 35(4), 602-611. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.1997.tb00125.x>
- Barry, D., Parlange, J.-Y., Li, L. 2000. Approximation for the exponential integral (Theis well function). *Journal of Hydrology*, 227, 287 - 291. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(99\)00184-5](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0022-1694(99)00184-5)
- Bresciani, E., Shandilya, R. N., Kang, P. K., Lee, S. 2020. Well radius of influence and radius of investigation: What exactly are they and how to estimate them? *Journal of Hydrology*, 583, 124646. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2020.124646>

- Cooper Jr, H., Jacob, C. E. 1946. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-field history. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 27(4), 526-534. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/TR027i004p00526>
- Darcy, H. 1856. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon: Exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau* (Vol. 2). V. Dalmont. <https://doi.org/http://books.google.com>
- Dragoni, W. 1998. Some considerations regarding the radius of influence of a pumping well. *Hydrogéologie (Orléans)*(3), 21-25.
- Dupuit, J. E. 1863. *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables*. Dunod, Paris, 352 pp.
- Langevin, C. D., Hughes, J.D., Banta, E.R., Niswonger, R.G., Panday, Sorab, and Provost, A.M. 2017. Documentation for the MODFLOW 6 Groundwater Flow Model: U.S. Geological Survey Techniques and Methods, book 6, chap. A55, 197 p. <https://doi.org/https://doi.org/10.3133/tm6A55>
- Louwyck, A., Vandenbohede, A., Libbrecht, D., Van Camp, M., Walraevens, K. 2022. The Radius of Influence Myth. *Water*, 14(2), 149. <https://doi.org/https://doi.org/10.3390/w14020149>
- McDonald, M. G., Harbaugh, A. W. 1988. A modular three-dimensional finite-difference ground-water flow model (Techniques of Water-Resources Investigations of the U.S. Geological Survey Issue book 6, chap. A1).
- Moench, A. F. 1997. Flow to a well of finite diameter in a homogeneous, anisotropic water table aquifer. *Water Resources Research*, 33(6), 1397-1407. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/97WR00651>
- Neuman, S. P. 1972. Theory of flow in unconfined aquifers considering delayed response of the water table. *Water Resources Research*, 8(4), 1031-1045. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/WR008i004p01031>
- Neuman, S. P. 1974. Effect of partial penetration on flow in unconfined aquifers considering delayed gravity response. *Water Resources Research*, 10(2), 303-312. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/WR010i002p00303>
- Theis, C. V. 1935. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 16(2), 519-524. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/TR016i002p00519>
- Thiem, G. 1906. *Hydrologische Methoden*: Leipzig, Germany. JM Gebhardt, 56p.
- Vatankhah, A. R. 2014. Full-range solution for the Theis well function. *Journal of Hydrologic Engineering*, 19(3), 649-653. [https://doi.org/DOI:10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0000833](https://doi.org/DOI:10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000833)
- Winston, R. B. 2019. ModelMuse Version 4: a graphical user interface for MODFLOW 6. Scientific Investigations Report-US Geological Survey(2019-5036).
- Zhai, Y., Cao, X., Jiang, Y., Sun, K., Hu, L., Teng, Y., Wang, J., Li, J. 2021. Further discussion on the influence radius of a pumping well: A parameter with little scientific and practical significance that can easily be misleading. *Water*, 13(15), 2050. <https://doi.org/https://doi.org/10.3390/w13152050>

## The drawdown cone of influence zone in water wells in unconfined alluvial aquifers and the influence of physical parameters of the aquifer on it

Amin Ahmadi <sup>1\*</sup>, Ghoramreza Mirzavand <sup>1</sup>, Maryam Zebarjad <sup>2</sup>

1. Department of Civil Engineering, Dezful Branch, Islamic Azad University, Dezful, Iran

2. Department of physics, Dezful Branch, Islamic Azad University, Dezful, Iran

Received: 05 Oct 2023

Accepted: 16 Nov 2023

### Abstract

The zone of influence of the well is the area where the activity of the well changes the water level. The zone of influence is important in determining the protection zones; however, in this regard, reliable relationships have not yet been presented and their lack of relationship has not been confirmed; and this is due to the lack of accurate knowledge of the zone of influence in some aquifers. This study was carried out using the MODFLOW model to know the effect of aquifer physical parameters on the drawdown cone in an unconfined alluvial aquifer with a sloping water surface; and since no such research has been reported so far, the results are innovative. The results showed that although it is possible to ignore the effect of a well in parts of the aquifer due to measurement and presentation limitations, in practice the influence zone of each well will extend to the outer physical boundaries. It was found that two types of real and theoretical drawdown cones can be discussed in the influence zone and each should be analyzed separately. It was found that parameters such as hydraulic conductivity, saturation thickness, transmissivity, horizontal anisotropy, bed slope, and amount of recharge in sloping unconfined aquifers have a dual effect on the drawdown cone, and if their high values decrease the drawdown in short distances, they increase the drawdown in long distances. It was found that normal heterogeneity does not change much on the drawdown cone, and the reason is the opposite effects of hydraulic conductivity and specific yield on the drawdown value. It was found that hydraulic conductivity, horizontal anisotropy and specific yield have a strong effect, but vertical anisotropy and heterogeneity have a negligible effect on the drawdown cone.

**Keywords:** Influence zone, Influence radius, Drawdown cone, Water well, Protection zone, MODFLOW.

### Introduction

The zone of influence of the well in the groundwater is a three-dimensional area around the well, where the activity of the well changes the level and speed of water movement in it. The drawdown cone is the relatively conical shape of the water level around the well, which can be represented by iso-level curves in the real state and iso-level drawdown curves in the theoretical state. The radius of influence is the radial distance of the well from the closed curve around the well resulting from the horizontal section of the theoretical drawdown cone for a standard time and standard drawdown. After Darcy's relations, various people have formulated the groundwater flow and especially the movement

\*Corresponding author: [aminahmadi349@gmail.com](mailto:aminahmadi349@gmail.com)  
DOI: <http://doi.org/10.22034/JEG.2023.17.3.1019242>

towards the well in steady and transient conditions and presented analytical and semi-analytical relations to estimate the water level drawdown around the well (Dupuit 1863; Thiem 1906; Theis 1935; Neuman 1974; Moench 1997; Darcy 1856). In addition, with the development of numerical methods for solving water flow equations, several groundwater flow simulation models have been presented that are capable of simulating the well and estimating the amount of water level drawdown around it (McDonald and Harbaugh 1984). Previous research has mainly been conducted in aquifers where the water level in the aquifer is considered to be parallel to the bed surface and both levels are assumed to be horizontal. The water level in real unconfined aquifers is a function of other characteristics of the aquifer and is a dependent variable, and in this study the effect of the independent parameters of the aquifer on the well drawdown cone in such an aquifer has been studied using the numerical mathematical model MODFLOW. The results of this research can be an effective help to know more about the fall cone and the radius of influence, and a more accurate understanding of the effect of the well on the aquifer can be used in the management of the aquifer in terms of proper spacing of water wells and their quantitative and qualitative protection.

### Materials and Methods

In this study, an irregular grid was used in the MODFLOW program to simulate a well in an unconfined alluvial aquifer with a sloping water level and to investigate the effect of influencing factors on the cone of depression and the radius of influence. The aquifer under investigation has a size of 30 km \* 30 km and is located between a water divide and a river. The saturation thickness under the river is 100 meters, the specific yield is 0.1, the specific storage is 0.00001, the hydraulic conductivity is 10 meters per day, and the surface recharge is 80 millimeters per year. A well with a flow rate of 4000 cubic meters per day was pumped in the center of the aquifer, and the effect of the parameters of the aquifer was extracted after one year of pumping (Fig. 1).

### Results and Discussion

There are actually two types of drawdown cones in the well. One is the indicator of the drawdown of the water level around the well compared to the initial level, which is theoretical and not visible, and is represented by drawdown curves. The other is the level of the water after the activity of the well, which is real and visible, and is represented by iso-level curves (Fig. 4). Transmissivity is the product of hydraulic conductivity and saturation thickness in the aquifer. Increasing the hydraulic conductivity causes the saturation thickness to decrease, but in general, as the hydraulic conductivity increases, the transmissivity value increases. Increasing the transmissivity at different distances from the well will have different effects, so that increasing the transmissivity at close distances will decrease the loss, and increasing the transmissivity at far distances will increase the loss (Fig. 5). Anisotropy is related to changes in hydraulic conductivity in the x,y,z directions. Changing any of these parameters changes the transmissivity. With horizontal anisotropy, as the hydraulic conductivity decreases in the y-direction, the cone of depression becomes slightly wider in the x-direction, but much more compressed in the y-direction (Fig. 6). Vertical anisotropy in the aquifer is more common than horizontal anisotropy, but its effect on the cone of depression is insignificant if the well is fully penetrated (Fig. 7). The storage capacity in an unconfined aquifer is the sum of the specific yield and the storage coefficient, and the storage coefficient itself is the product of the specific storage in the saturation thickness. As the storage capacity increases, the amount of drawdown decreases throughout

the area of influence (Fig. 8). Heterogeneity mainly has a specific direction and is not random, such that transmissivity and storativity are both high on the upstream side and both decrease on the downstream side, and their opposite effect prevents the large expansion or high compression of the drawdown cone (Fig. 9). By increasing the bed slope in the unconfined aquifer, the saturation thickness decreases and the transmissivity decreases. Therefore, its effect is the same as the effect of transmissivity (Fig. 10). With the increase of recharge in the unconfined aquifer, the normal water level, saturation thickness and transmissivity increase, and its effect is the same as the effect of transmissivity (Fig. 11).

### Conclusion

The zone of influence of any water well is the area around it where the activity of the well changes the level and speed of water movement in it and it is introduced with two characteristics, one is the drawdown cone and the other is the radius of influence. The purpose of this research is to study the drawdown cone in conditions other than the assumptions made in the analytical relationships and to investigate the effect of the physical parameters of the aquifer on it in an unconfined alluvial aquifer with a sloping water surface. Investigation of this issue is important because issues related to well protection require comprehensive knowledge of the zone of influence, but such a study has not been reported in an unconfined aquifer with a sloping water level. This study was conducted for the desired aquifer using the MODFLOW numerical mathematical model and it was possible to compare the results of the MODFLOW numerical model with the results of the Moench, Neuman, and Theis analytical models. By introducing and separating the real and theoretical drawdown cones, the role of drawdown curves and isopleth curves in describing the effect of the well on the aquifer has been determined, and by analyzing the theoretical drawdown cone in different coordinate systems, the changes of drawdown in far and near distances from the well are well represented. The results showed that with the continuation of pumping, the amount of drawdown continues to increase and after a very long period of several years, it reaches a stable state. Therefore, the numerical indication of the radius of influence without the parameters of time and drawdown is invalid and the radius of influence should not be considered as a parameter of the well. The results showed that parameters such as hydraulic conductivity, saturation thickness, transmissivity, horizontal anisotropy, bed slope, and recharge in sloping unconfined aquifers have two types of effect on the drawdown cone, if their height reduces the drawdown in short distances, it increases the drawdown in long distances. The results showed that normal heterogeneity does not change much on the drawdown cone, and the reason is the opposite effects of hydraulic conductivity and specific yield on the drawdown value. The results confirm that hydraulic conductivity, horizontal anisotropy and specific yield have a strong effect, but vertical anisotropy and heterogeneity have a negligible effect on the drawdown cone.