

تأثیر جرم مؤثر فضایی بر روی ترازهای انرژی نقاط کوانتومی

ابراهیم صادقی: دانشگاه یاسوج

چکیده

با استفاده از نظریه جرم مؤثر، ویژه مقادیر انرژی الکترون‌ها و حفره‌ها در مکعب کوانتومی محاسبه شده است. در این تقریب ضمن ارائه شکل خاصی برای وابستگی مکانی جرم مؤثر حامل‌ها، ارتفاع سد پتانسیل نیز محدود در نظر گرفته شده است. با استفاده از داده‌های موجود برای سیستم‌های $GaAs/Ga_{0.63}Al_{0.37}As$ و $Ga_{0.47}In_{0.53}As/InP$ ویژه مقادیر انرژی محاسبه و با نتایج به دست آمده از روش‌های نظری دیگر مقایسه شده‌اند.

مقدمه

در سال‌های اخیر مطالعه خواص الکترونی ساختارهای نیم‌رسانایی که در آن‌ها تکانه حامل‌ها در هر سه جهت کوانتیده است توجه زیادی را به خود معطوف داشته است. در چنین ساختارهایی (نقاط کوانتومی^۱) حرکت الکترون‌ها در هر سه جهت کوانتیده است و پیش‌بینی می‌شود که ترانزیستورها و لیزرهای ساخته شده با چنین ساختارهایی دارای مشخصه‌های اجرایی بهتری باشند [۱]، [۲]، [۳]، [۴]. سیستم‌هایی با اشکال مختلف از قبیل استوانه‌ای [۵] و هرمی [۲]، [۳]، [۶] تهیه شده و جابه جایی در ترازهای انرژی این‌گونه ساختارها به دلیل کوانتیدگی سه‌بعدی دیده شده است. در چنین سیستم‌هایی در صورتی که سد پتانسیل نامحدود و ساختارها دارای شکل هندسی ساده ای همانند مکعب، متوازی السطوح، استوانه و یا کره باشند ترازهای انرژی به سادگی محاسبه می‌شوند. اما از آن جا که این‌گونه ساختارهای نیم‌رسانا از دو ناحیه، چاه و سد تشکیل شده (به طور مثال در ساختار $GaAs/Ga_{0.63}Al_{0.37}As$ ، $GaAs$ به عنوان ماده چاهی و $Ga_{0.63}Al_{0.37}As$ ماده تشکیل‌دهنده سد است) و ارتفاع سد پتانسیل در این سیستم‌ها محدود و در حدود ۲۵۰ meV است، بنا بر این ترازهای انرژی واقعی نسبت به حالت سد بینهایت کاملاً متفاوت خواهند بود.

نظربه این که از این‌گونه ساختارها در ساخت ابزارهای دقیق نوری و الکترونیکی استفاده می‌شود لازم است محاسبات دقیقی بر روی خواص کوانتومی آن‌ها صورت گیرد. برای محاسبه ترازهای انرژی چاه‌هایی با ارتفاع سد پتانسیل محدود باید معادله شرودینگر با توجه به شرایط مرزی متناسب با هندسه ساختار حل گردد. در چنین حالتی جواب‌های معادله شرودینگر فقط برای ساختارهایی با تقارن کروی به صورت تحلیلی به دست می‌آید و

۱-Quantum Dots

واژه‌های کلیدی: جرم مؤثر، نقاط کوانتومی، تابع پوشا، اثرات تحدید کوانتومی

در بقیه ساختارها [۷]، [۸]، [۹] روش‌های عددی به کار گرفته می‌شود. از طرف دیگر به دلیل متفاوت بودن جرم مؤثر حامل‌ها در نواحی سد و چاه برای محاسبه ویژه مقادیر انرژی می‌توان از معادله شرودینگر در تقریب جرم مؤثر استفاده کرد [۱۰]:

$$-\frac{\hbar^2}{2} \nabla \cdot \left(\frac{1}{m^*} \right) \nabla F + VF = EF \quad (1)$$

در رابطه فوق F ، V ، E و m^* به ترتیب تابع موج (تابع پوشا)^۱، ارتفاع سد پتانسیل، ویژه مقدار انرژی و جرم مؤثر حامل‌ها هستند. برای این منظور نخست تابع موج مناسبی که در شرایط مرزی مسأله صدق کند به عنوان پایه انتخاب می‌شود. آنگاه نحوه تغییرات جرم مؤثر حامل‌ها را در مناطق چاه و سد تعیین کرده، گرادین آن را محاسبه نموده و در معادله (۱) جای‌گزاری می‌کنیم.

در مقاله‌های تحقیقاتی که تاکنون ارائه شده اثر تغییر جرم در فصل مشترک ناحیه چاه و سد در نظر گرفته نشده [۱۱] و یا به صورت تابع پله‌ای (برای سیم کوانتومی)^۲ [۱۲]، [۱۳] فرض شده است. اما از آن جا که در دنیای واقعی تغییر جرم مؤثر حامل‌ها در فصل مشترک دو محیط به صورت پیوسته صورت می‌گیرد [۱۰]، در این مقاله تأثیر جرم مؤثر وابسته به مکان را بر روی ویژه مقادیر انرژی حامل‌ها در مکعب کوانتومی بررسی نموده‌ایم. انرژی حالت پایه با در نظر گرفتن آثار جرم مؤثر در مرز و همچنین بدون در نظر گرفتن این آثار محاسبه گردیده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

روش محاسباتی

فرض کنید که ساختار محدود کوانتومی مورد نظر، مکعبی با ابعاد $L_x \times L_y \times L_z$ باشد. در غیاب هرگونه نیروی خارجی، معادله شرودینگر در تقریب جرم مؤثر برای چنین ساختاری به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m_0} \left(\nabla \cdot \frac{1}{m^*(x, y, z)} \nabla \right) + V(x, y, z) \right] F(x, y, z) = E F(x, y, z) \quad (2)$$

در رابطه فوق m^* جرم مؤثر حامل‌ها است، مقدار آن را برای حامل‌های داخل ناحیه چاه m_w و برای حامل‌های خارج از ناحیه چاه m_b در نظر می‌گیریم. برای تعیین پتانسیل $V(x, y, z)$ ، ابعاد منطقه چاه را $L_1 \times L_2 \times L_3$ در نظر می‌گیریم، بنابراین برای ناحیه داخل چاه $V(x, y, z) = 0$ و برای نقاط خارج از چاه $V(x, y, z) = V_0$ است. با حل معادله فوق ویژه مقادیر انرژی حامل‌ها به دست می‌آید. از آن جا که معادله فوق برای ساختار ذکر شده جواب تحلیلی ندارد برای حل آن باید از تقریب‌های عددی استفاده کرد. یکی از روش‌های مورد استفاده، به کارگیری بسط فوریه تابع موج است. برای این منظور می‌توان تابع موج، F ، را به صورت مجموعه‌ای از توابع متناوب و متعامد در نظر گرفت:

^۱-Envelope Function

^۲-Quantum Wire

$$F(x, y, z) = \sum_{lmn} a_{lmn} \phi_{lmn}(x, y, z) \quad (3)$$

ϕ_{lmn} ها را به صورت توابع یک جعبه سه بعدی با ابعاد $L_x \times L_y \times L_z$ در نظر می گیریم:

$$\phi_{lmn}(x, y, z) = u_l(x) u_m(y) u_n(z) \quad (4)$$

که در آن u_i ها عبارتند از:

$$u_l(x) = \sqrt{\frac{2}{L_x}} \sin l\pi \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L_x} \right) \quad (5)$$

$$u_m(y) = \sqrt{\frac{2}{L_y}} \sin m\pi \left(\frac{1}{2} - \frac{y}{L_y} \right) \quad (6)$$

$$u_n(z) = \sqrt{\frac{2}{L_z}} \sin n\pi \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{L_z} \right) \quad (7)$$

$$l, m, n = 1, 2, \dots \quad (8)$$

معادله (3) را در (2) جایگزین کرده و طرفین معادله حاصل را در $\phi_{l'm'n'}$ ضرب می کنیم، با انتگرال گیری

از آن بر روی حجم مکعب به معادله ماتریسی زیر می رسیم:

$$\sum (A_{lmnl'm'n'} - E \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{nn'}) a_{l'm'n'} = 0 \quad (9)$$

المان های ماتریس هامیلتونی A به صورت زیر بیان می گردند:

$$A_{lmnl'm'n'} = \left[\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{2} \right) \left(\frac{1}{m_b^*} \right) (ll'/L_x^2 + mm'/L_y^2 + nn'/L_z^2) + V_0 \right] \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{nn'} \\ + \int_V \left[\left(\frac{\hbar^2}{2} \right) \left(\frac{1}{m_w} - \frac{1}{m_b} \right) \left(\frac{d\phi_{l'm'n'}}{dx} \frac{d\phi_{lmn}}{dx} + \frac{d\phi_{l'm'n'}}{dy} \frac{d\phi_{lmn}}{dy} + \frac{d\phi_{l'm'n'}}{dz} \frac{d\phi_{lmn}}{dz} \right) \right. \\ \left. - V_0 \phi_{lmn} \phi_{l'm'n'} \right] dx dy dz + \langle T \rangle \quad (10)$$

که در آن $\langle T \rangle$ به صورت زیر بیان می گردد:

$$\langle T \rangle = \frac{\hbar^2}{2m_0} \int_V \phi_{l'm'n'} \left[\nabla \left(\frac{1}{m^*} \right) \cdot \nabla \phi_{lmn} \right] dx dy dz \quad (11)$$

در روابط (10) و (11) انتگرال بر روی حجم نقطه کوانتومی محاسبه می گردد. برای محاسبه عبارت (11)

باید نحوه تغییرات جرم مؤثر حامل ها تعیین گردد. در سیستم های چندگانه، همانند چاه کوانتومی، سیم کوانتومی و نقاط (مکعب) کوانتومی ساختار هر لایه توسط دو ویژگی، یکی جرم مؤثر حامل ها و دیگری انرژی لبه نوار مشخص می گردد. حضور لایه های مختلف سیستم را می توان در رفتار حامل ها منعکس کرد به این صورت که می توان حامل ها را در محیطی پیوسته با جرم مؤثر و متغیر $m^*(x, y, z)$ و تحت پتانسیل $V(x, y, z)$ در نظر گرفت. بنا بر این با توجه به شکل سیستم مورد نظر مدل های متفاوتی برای m^* می توان در نظر گرفت اما از آن

جا که تابع خطا^۱ دارای رفتاری یکنواخت است، تغییرات جرم مؤثر را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$m_v^* = m_w + \frac{1}{2}(m_b - m_w) \left[2 + \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \left(v - \frac{L_v}{4}\right)\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \left(-v - \frac{L_v}{4}\right)\right) \right] \quad (۱۲)$$

در معادله فوق $v = x, y, z$ و σ فاکتور پاشندگی^۲ است. این فاکتور دامنه تغییرات جرم مؤثر را تعیین می‌کند. بر طبق رابطه فوق، مشتق m^* به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$m_v^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} (m_b - m_w) \left[\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left(v - \frac{L_v}{4}\right)^2\right) - \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left(v + \frac{L_v}{4}\right)^2\right) \right] \quad (۱۳)$$

با استفاده از عبارت فوق شیب $\left(\frac{1}{m^*}\right)$ محاسبه گشته و با جای‌گذاری آن در معادله (۱۱) رابطه زیر به دست

خواهد آمد:

$$\langle T \rangle = \frac{-\hbar^2 \pi}{m_0} \left\{ \left(\frac{l}{L_x^2} \delta_{mm'} \delta_{nn'} \right) B[l', l] + \left(\frac{m}{L_y^2} \delta_{ll'} \delta_{nn'} \right) B[m', m] + \left(\frac{n}{L_z^2} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \right) B[n', n] \right\} \quad (۱۴)$$

در معادله (۱۴) عبارتهای $B[i', i]$ به شکل زیر بیان می‌گردند:

$$B[l', l] = \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \sin l' \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L_x} \right) \frac{m_x^*}{m_x^{*2}} \cos l \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L_x} \right) dx \quad (۱۵)$$

$$B[m', m] = \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \sin m' \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{y}{L_y} \right) \frac{m_y^*}{m_y^{*2}} \cos m \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{y}{L_y} \right) dy \quad (۱۶)$$

و

$$B[n', n] = \int_{-\frac{L_z}{2}}^{\frac{L_z}{2}} \sin n' \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{L_z} \right) \frac{m_z^*}{m_z^{*2}} \cos n \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{L_z} \right) dz \quad (۱۷)$$

انرژی حالت پایه سیستم با استفاده از معادله (۱۰) و به صورت عددی محاسبه می‌گردد. به منظور به دست آوردن مقادیر دقیق انرژی‌ها باید تعداد جملات در معادله (۳) نامحدود فرض شود، ولی در صورتی که برای مکعب کوانتومی L_x, L_y, L_z را دو برابر L_1, L_2, L_3 در نظر گرفته و هر کدام از متغیرهای l, m, n را برابر ۶ فرض کنیم عدم دقتی کمتر از ۰/۱٪ در انرژی نتیجه خواهد شد.

نتایج و بحث

برای محاسبه انرژی حامل‌ها به پارامترهایی نظیر جرم مؤثر الکترون‌ها و حفره‌ها در نواحی چاه و سد و همچنین ارتفاع سد پتانسیل نیاز است. این مقادیر برای سیستم‌های $GaAs / Ga_{0.63}Al_{0.37}As$ و $Ga_{0.47}In_{0.53}As / InP$ در جدول ۱ آورده شده‌اند [۱۱].

^۱-Error Function

جدول ۱- ثابت‌های فیزیکی مواد: m_w جرم مؤثر حامل‌ها در ناحیه چاه، m_b جرم مؤثر در ناحیه سد،
 V_0 ارتفاع سد پتانسیل (meV)

ساختار	الکترون			حفره سنگین			حفره سبک		
	m_w	m_b	V_0	m_w	m_b	V_0	m_w	m_b	V_0
$GaAs / Ga_{0.63}Al_{0.37}As$	/۰.۶۶۵	/۰.۸۵۸	۲۷۶	/۳۷۷۴	/۳۸۶۵	۱۸۴	/۰.۹۰۵	/۱۱۰.۷	۱۸۴
$Ga_{0.47}In_{0.53}As / InP$	۰/۰.۴۲	۰/۰.۷۹	۲۴۰	۰/۰.۴۷	۰/۰.۶۱	۳۷۰/۶	۰/۰.۳۸	۰/۱۲	۳۷۰/۶

برای تعیین انرژی حالت پایه نخست با جای‌گزاری مقادیر $l = m = n = 6$ در رابطه (۳) تابع موج را مشخص می‌کنیم، سپس با استفاده از معادله (۱۰) المان‌های ماتریس A محاسبه گشته و نهایتاً ماتریس هامیلتونی تشکیل می‌گردد. با قطری کردن این ماتریس و انتخاب کوچکترین ویژه مقدار آن انرژی حالت پایه سیستم به دست می‌آید. با استفاده از روش فوق انرژی حالت پایه حامل‌ها برای دو ساختار $GaAs / Ga_{0.63}Al_{0.37}As$ و $Ga_{0.47}In_{0.53}As / InP$ بر حسب ابعاد مختلف مکعب محاسبه گشته و در جدول‌های ۲ و ۳ آورده شده‌اند. در این جدول‌ها انرژی حالت پایه الکترون‌ها، حفره‌های سبک و حفره‌های سنگین با در نظر گرفتن آثار جرم مؤثر در نواحی مرزی (E_b)، مدل ذکر شده در این مقاله، و مقادیر محاسبه شده بدون آثار مرز (E_{wb}) آورده شده است. در محاسبه انرژی حالت پایه^۱ در نظر گرفته شده است، به عبارت دیگر در این محاسبات فرض شده که تغییرات جرم مؤثر حامل‌ها در مرز (فصل مشترک) بر روی یک تک لایه از ساختار انجام گرفته است.

همچنان که از نتایج فوق مشاهده می‌شود انرژی حالت پایه هنگامی که آثار مرز در نظر گرفته شده کاهش می‌یابد. میزان کاهش انرژی در نقاط (مکعب‌های) کوانتومی مختلف، متفاوت بوده و بستگی به عوامل مختلفی از قبیل جرم مؤثر حامل‌ها، ابعاد مکعب، فاکتور پراکندگی و ارتفاع سد پتانسیل دارد. برای مکعب کوانتومی $GaAs / Ga_{0.63}Al_{0.37}As$ این کاهش برای الکترون‌ها، حفره‌های سبک و حفره‌های سنگین در مکعبی با ابعاد ۵۰ Å بترتیب حدود ۱۵/۳ meV، ۸/۷ و ۰/۳ بوده و به مقادیر ۰/۷، ۰/۴ و ۰/۰ برای مکعبی با ابعاد ۲۰۰ Å تنزل پیدا می‌کنند. این کاهش در انرژی حالت پایه برای مکعب کوانتومی $Ga_{0.47}In_{0.53}As / InP$ به ترتیب حدود ۴۸/۷، ۹۲/۱ و ۲/۴ بوده که به مقادیر ۳/۹، ۷/۳ و ۰/۰۴ تقلیل می‌یابند. با توجه به جداول ۲ و ۳ دیده می‌شود که با کوچک شدن ابعاد مکعب‌ها (نقاط) آثار تحدید کوانتومی^۲ بیشتر نمایان می‌گردد، به طوری که

^۱- $\sigma = 1$ monolayer

^۲-Quantum Confinement

در ابعاد کوچک تفاوت انرژیها بیشتر و در ابعاد بزرگتر این تفاوت کمتر آشکار می‌شود. در همین راستا انرژی حالت پایه الکترون‌ها و حفره‌های سنگین بر حسب ابعاد مکعب در ساختار $GaAs / Ga_{0.63}Al_{0.37}As$ در شکل ۱ ترسیم شده است. در این شکل علاوه بر انرژی حالت پایه با آثار مرز (منحنی‌های نقطه چین)، ویژه مقادیر انرژی بدون در نظر گرفتن آثار مرز (منحنی‌های خط پر) نیز برای مقایسه آورده شده‌اند. همچنان که از این شکل نیز دیده می‌شود با کوچک شدن ابعاد مکعب اختلاف بین دو نمودار افزایش می‌یابد و با بزرگ شدن مکعب (میل کردن به سمت کپه‌ای^۱) اختلاف‌ها ناچیز می‌گردند. (در نمودارهای مربوط به حفره سنگین به دلیل ناچیز بودن اختلاف‌ها، دو نمودار بر روی هم منطبق شده‌اند). علت اختلاف زیاد بین E_b و E_{wb} حفره‌های سبک در ساختار $Ga_{0.47}In_{0.53}As / InP$ را می‌توان ناشی از اختلاف زیاد بین m_w و m_b حفره سبک دانست.

جدول ۲: ویژه مقادیر انرژی حامل‌ها در مکعب کوانتومی $GaAs / Ga_{0.63}Al_{0.37}As$. E_b انرژی با در نظر گرفتن آثار جرم مؤثر در مرز، E_{wb} انرژی حامل‌ها بدون آثار جرم در مرز (meV).

ابعاد (A)	الکترون		حفره سبک		حفره سنگین	
	E_b	E_{wb}	E_b	E_{wb}	E_b	E_{wb}
۵۰	۲۲۶/۷۱	۲۴۲/۰۱	۱۶۷/۳۷	۱۷۶/۱۳	۷۰/۶۲	۷۰/۸۹
۱۰۰	۹۲/۲۰	۹۶/۷۳	۶۷/۲۹	۶۹/۹۱	۲۴/۱۶	۲۴/۲۱
۱۵۰	۵۱/۶۸	۵۳/۳۲	۳۷/۶۳	۳۸/۵۹	۱۲/۱۶	۱۲/۱۸
۲۰۰	۳۳/۲۱	۳۳/۹۲	۲۴/۱۶	۲۴/۵۸	۷/۳۲	۷/۳۲

جدول ۳: ویژه مقادیر انرژی حامل‌ها در مکعب کوانتومی $Ga_{0.47}In_{0.53}As / InP$. E_b انرژی با آثار مرز، E_{wb} انرژی بدون در نظر گرفتن آثار جرم مؤثر در مرز (meV).

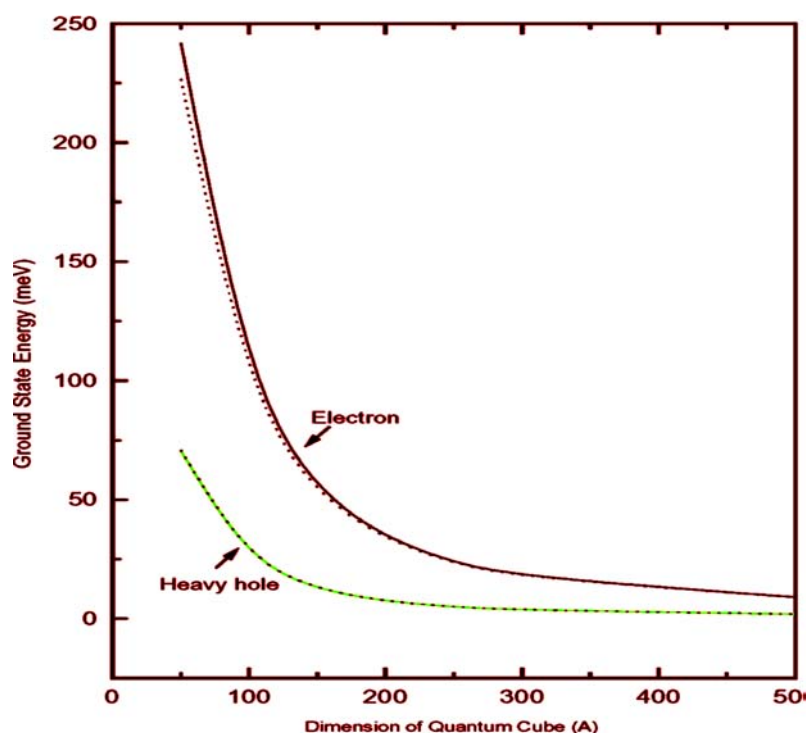
ابعاد (A)	الکترون		حفره سبک		حفره سنگین	
	E_b	E_{wb}	E_b	E_{wb}	E_b	E_{wb}
۵۰	۲۱۲/۳۷	۲۶۱/۰۹	۱۸۱/۳۹	۲۷۳/۵۰	۶۶/۲۴	۶۸/۷۰
۱۰۰	۹۵/۱۰	۱۱۳/۹۶	۸۹/۸۲	۱۲۹/۰	۲۱/۶۹	۲۲/۱۰
۱۵۰	۵۹/۰۹	۶۷/۴۰	۶۰/۹۴	۷۷/۴۰	۱۰/۶۵	۱۰/۷۰
۲۰۰	۴۰/۹۸	۴۴/۹۰	۴۴/۶۲	۵۲/۰	۶/۳۸	۶/۴۲

^۱-Bulk

از طرف دیگر انرژی حالت پایه حامل‌ها به ازاء ابعاد مختلف مکعب متفاوت بوده و با مقدار کپه‌ای آن نیز تفاوت دارد، به همین منظور جابه جایی در انرژی الکترون‌ها و حفره‌های سبک و سنگین به دلیل کوچک شدن ابعاد مکعب کوانتومی نیز مشخص گردیده است. جا به جایی انرژی به صورت تفاوت بین انرژی حامل‌ها در ابعاد مختلف و انرژی حامل‌ها در حالت کپه‌ای تعریف می‌شود. این جابجایی انرژی^۱ بر حسب ابعاد مکعب و برای سیستم $GaAs / Ga_{0.63}Al_{0.37}As$ در شکل ۲ (منحنی نقطه چین) ترسیم شده است.

همچنان که از شکل فوق دیده می‌شود با افزایش پهنای مکعب، جابجایی انرژی کاهش می‌یابد. به دلیل عدم وجود مقادیر تجربی برای مقایسه، مقادیر محاسبه شده توسط گانگوپادیا^۲ و همکاران [۱۱] (منحنی خط پر) نیز در شکل ۲ آورده شده است. گانگوپادیا و همکارش با استفاده از روش تابع پوشا، اما بدون در نظر گرفتن تغییرات جرم مؤثر در مرز، جابجایی انرژی را محاسبه کرده‌اند.

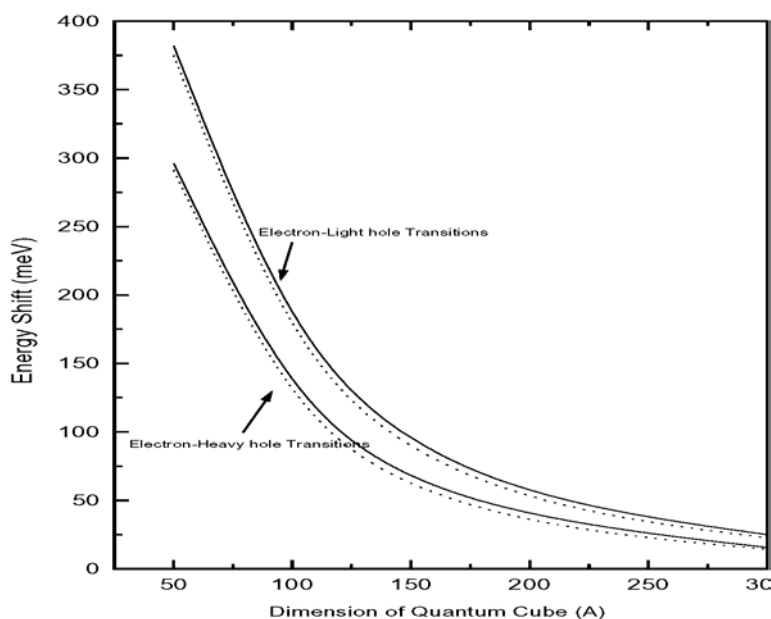
در این مقاله اثر تغییرات پیوسته جرم مؤثر حامل‌ها در مرز بر روی ترازهای انرژی نقاط کوانتومی بررسی گردید. محاسبات برای دو ساختار $Ga_{0.47}In_{0.53}As / InP$ و $GaAs / Ga_{0.63}Al_{0.37}As$ انجام شد و نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که ویژه مقادیر انرژی کمتر از مقادیر محاسبه شده بدون اثر مرز هستند، و همچنین انرژی الکترون‌ها و حفره‌های سبک نسبت به حفره‌های سنگین دارای تفاوت بیشتری هستند.



شکل ۱۱- انرژی حالت پایه حامل‌ها بر حسب ابعاد مکعب در ساختار $GaAs / Ga_{0.63}Al_{0.37}As$ منحنی نقطه‌چین انرژی حالت پایه با اثرات جرم مؤثر، منحنی خط پر بدون اثرات جرم

^۱-Energy Shift

^۲-Gangopadhyay



شکل ۲- جابه جایی انرژی حاملها در گذار الکترون- حفره سنگین و الکترون- حفره سبک بر حسب ابعاد نقاط کوانتومی سیستم $GaAs / Ga_{0.63}Al_{0.37}As$ منحنی نقطه چین جابه جایی انرژی با در نظر گرفتن اثرات جرم در مرز و منحنی خط پر بدون در نظر گرفتن اثرات جرم مؤثر

منابع

1. H. Temkin, G.J. Dolan, M.B. Panish and S.N.G Chu, Appl. Phys. Lett. 50 413 (1987).
2. Y. Nagamune, M. Nishioka, S. Tsukamoto and Y. Arakawa Appl. Phys. Lett. 64 2495 (1994).
3. Y. Arakawa, Solid State Electron. 37 513 (1994).
4. Y. Nagamune, M. Nishioka, S. Tsukamoto and Y. Arakawa Solid State Electron. 37, 579 (1994).
5. F E. Prins, G. Lehr, M. Burkard, H. Schweizer, M H. Pilkuhn and G.W. Smith Appl. Phys. Lett. 62 1365 (1993).
6. S. Ruvimov et al. Phys. Rev. B 51 14766 (1995).
7. D. Gershoni, H. Temkin, G J. Dolan, J. Dunsmuir, S N G. Chu and M.B. Panish Appl. Phys. Lett. 53 995 (1988).
8. S. Gangopadhyay, B R. Nag Phys. Status Solidi b 195 123 (1996).
9. J. Shertzer and L R. Ram-Mohan Phys. Rev. B 41 9994 (1990).
10. L.Li. Tsung, J. Kuhn Keln, Phys. Rev. B 47 12760 (1993).
11. S. Gangopadhyay, B R. Nag Nanotechnology 8 No 1, 14 (1997).
12. B. Gerlach, J.Wusthoff, et al., Phys. Rev. B 58 10568 (1998).
13. M. Barati, E. Sadeghi, Ir.J.Sci.&Tech.(A),24,No.4, 385(2000).