

## محاسبه آهنگ انتقالات فرآیند مخلوط شدگی استارک در اتم‌های اگزوتیک

\*سیدمحمد متولی، سمیه شیخیان عزیزی؛

دانشگاه مازندران، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک هسته‌ای

### چکیده

در این مقاله، آهنگ انتقالات فرآیند مخلوط شدگی استارک را به‌ازای چگالی‌های مختلفی از دوتربیوم و در حالت‌های اولیه مختلف، برای اتم‌های اگزوتیک دوتربیوم میونی، دوتربیوم پایونی، دوتربیوم کائونی و دوتربیوم آنتی پروتونی بررسی می‌کنیم. در این راستا اثرات مخلوط شدگی استارک با استفاده از مدل بوریه‌لئون و مدل SCM بررسی شده است. بمنظور دست‌یابی به دقیق‌ترین نتایج، داده‌های تجربی ارائه شده برای پهنا و انتقال در حالت‌های 1S و 2P اتم‌های اگزوتیک مورد بحث به‌کار گرفته شده است. نتایج حاصل از محاسبات نشان می‌دهد، در حضور چگالی‌های مختلفی از دوتربیوم و در حالت‌های اولیه مختلف، اتم اگزوتیک دوتربیوم میونی آهنگ انتقال چشمگیری نسبت به دیگر اتم‌های اگزوتیک دارد.

### مقدمه

هنگامی‌که ذرات میون، پایون، کائون و آنتی پروتون از میان ابر الکترونی اتم دوتربیوم عبور می‌کنند، جای‌گزین الکترون آن می‌شوند. به‌این ترتیب اتم اگزوتیک در بالاترین حالت برانگیخته، شکل می‌گیرد [۱، ۲] این بالاترین حالت برای اتم‌های دوتربیوم میونی، دوتربیوم پایونی، دوتربیوم کائونی و دوتربیوم آنتی پروتونی به‌ترتیب برابر با  $14, 16, 16$  و  $40$  مشاهده شده است [۳]. عبور این اتم‌های اگزوتیک از میدان الکتریکی اتم دوتربیوم سبب تشکیل اثر استارک بین  $n^2$  حالت تبهگن آن می‌شود. ذرات پایون، کائون و آنتی پروتون در بررسی‌های QCD بسیار مورد توجه‌اند؛ به‌همین منظور اثر استارک در اتم‌های اگزوتیک مشکل از این ذرات به‌همراه برهمکنش‌های قوی هسته‌ای بررسی می‌شود [۴]. لئون-بته بررسی‌های اولیه روی فرآیند مخلوط شدگی استارک، را برای حالت‌هایی با  $m = 0$  انجام داده است [۵]؛ پس از وی بوریه‌لئون، بمنظور محاسبه بازده اشعه ایکس، فرآیند مخلوط شدگی استارک را تحت گذارهایی با  $\Delta l = \pm 1$  بررسی کردند [۶]. در این مقاله سعی بر آن است تا با استفاده از مدل بوریه‌لئون، در نظرگیری مدل SCM و با انتخاب مناسب‌ترین چگالی محیط، آهنگ انتقال فرآیند مخلوط شدگی استارک را در حالت‌های اولیه مختلف بررسی شود

واژه‌های کلیدی: فرآیند مخلوط شدگی استارک، اتم اگزوتیک، آهنگ انتقال، مدل بوریه‌لئون.

دریافت ۹۱/۷/۱۸ پذیرش ۹۲/۹/۲۴

نویسنده مسئول motavali@umz.ac.ir

## محاسبات

فرآیند مخلوط شدنگی استارک سریع‌ترین فرآیند برخورده است که در آن اتم خنثی اگزوتیک، در مکانی که میدان الکتریکی قادر به مخلوطسازی زیر ترازها با  $n$  یاکسان است، در مولکول یا اتم هدف نفوذ می‌کند [۷]:

$$(A^-d)_{n_l l_i} + D \rightarrow (A^-d)_{n_f l_f} + D \quad \Delta n = 0, \Delta l = \pm 1 \quad (1)$$

پارامتر  $A$  در رابطه منکور، به هر یک از ذرات میون، پایون، کائون و آنتی پروتون اشاره دارد. بررسی فرآیند مخلوط شدنگی استارک نیازمند بررسی احتمال انتقال بین حالت‌های تبھگن است. نظر به این‌که این احتمال انتقال با حل معادله شرودینگر و در نظرگیری انتقال بین حالت‌های تبھگن مشخص می‌شود، بحث مدل میدان ثابت و مدل میدان دورانی در این راستا بسیار مورد توجه است. معادله شرودینگر وابسته به زمان برای مختصات داخلی اتم اگزوتیک عبارت است از:

$$i \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = [H_0 + E(t).r] |\Psi(t)\rangle \quad (2)$$

که  $H_0$  عملگر انرژی غیراختلالی اتم اگزوتیک،  $E(t)$  میدان الکتریکی ایجاد شده با ماده هدف و  $r$  فاصله اتم دوترویوم و اتم اگزوتیک است. با بسط تابع موج بر حسب  $n$  ویژه توابع  $|\alpha\rangle$  و  $|\beta\rangle$ ، رابطه (۲) بین صورت

بسط می‌یابد [۸]-[۹]:

$$i \frac{d}{dt} \langle \beta | \Psi(t) \rangle = \sum_{\alpha} \left[ E(t) \langle \beta | Z | \alpha \rangle - i \dot{\theta} \langle \beta | \frac{d}{dt} | \alpha \rangle \right] \langle \alpha | \Psi(t) \rangle \quad (3)$$

به‌دلیل دشواری حل این معادله، برای  $n^2$  حالت از هر  $n$ ، از بخش دورانی صرف‌نظر می‌شود؛ به‌این ترتیب به‌جای بسط تابع موج در مختصات کروی، بسط آن در مختصات سه‌می مورد توجه قرار می‌گیرد. حال چنان‌چه ویژه حالت‌ها در مختصات سه‌می وار،  $|\beta\rangle = \langle n_1, m|$  و  $|\alpha\rangle = \langle n_2, m|$  را در نظر بگیریم، معادله (۳) بین صورت تعریف می‌شود [۵]-[۱۰]:

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} \langle n_1, m | \Psi(t) \rangle &= \sum_{n_2} \left[ \langle n_1, m | V(t) | n_2, m \rangle \right] \langle n_2, m | \Psi(t) \rangle \\ &= V_{n_1, m}(t) \delta_{n_1, n_2} \langle n_2, m | \Psi(t) \rangle = V_{n_1, m}(t) \langle n_1, m | \Psi(t) \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

در این رابطه  $V_{n_1, m}(t)$  بیان‌گر انرژی پتانسیل اتم اگزوتیک تحت تاثیر میدان الکتریکی اتم هدف است که بین صورت معرفی می‌شود [۱۱]:

$$V_{n_1, m}(t) = \frac{3}{2} E(t) n(2n_1 - n + |m| + 1) \quad (5)$$

در رابطه فوق  $n$  و  $m$  به‌ترتیب بیان‌گر عدد کوانتموی اصلی و مغناطیسی هستند. قابل ذکر است که همواره برای اعداد کوانتموی سه‌می وار  $n_2$ ،  $n_1$  و  $m$  باید این شرط برقرار باشد:

$$n_1 + n_2 + |m| + 1 = n \quad (6)$$

همچنین شدت میدان الکتریکی تصویری در فاصله  $R = \rho \sec \theta$  ( $\theta$  بیان‌گر زاویه بین محور عمود بر راستای میدان اتم دوترویوم و مسیر حرکت اتم اگزوتیک است) از اتم هدف و در حالت پایه آن برابر با این رابطه است:

$$E(t) = \frac{Z_{eff}}{\mu R^2} = \left[ 1 - \int_0^R \left| R_{n=1,l=0} \right|^2 r^2 dr \right] \frac{1}{\mu R^2} = \left[ 1 - 4 \int_0^R e^{-2R} r^2 dr \right] \frac{1}{\mu R^2} = e^{-2R} \frac{1+2R+2R^2}{\mu R^2} \quad (7)$$

به این ترتیب با حل معادله شرودینگر، احتمال انتقال اتم اگزوتیک در برخورد با اتم دوتربیوم، تحت پارامتر برخورد  $\rho$ ، معادل این رابطه است:

$$P(\rho, l, l', m) = \left| \sum_{n_1=0}^{n-|m|-1} \langle l, m | n_1, m \rangle e^{-i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{3n(2n_1-n+|m|+1)e^{-2\rho \sec \theta}}{2} \frac{1+2\rho \sec \theta + 2(\rho \sec \theta)^2}{\mu (\rho \sec \theta)^2} \frac{\rho (\sec \theta)^2}{v} d\theta} \langle n_1, m | l', m \rangle \right| \quad (8)$$

که در رابطه مذکور  $v$  سرعت اتم اگزوتیک است. بنا بر این با در نظر گرفتن تابع معرفی شده به موسیله لئون-

بته،  $\zeta(\rho)$ ، به صورت:

$$\zeta(\rho) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-2\rho \sec \theta} (1 + 2\rho \sec \theta + 2\rho^2 (\sec \theta)^2) d\theta \quad (9)$$

و همچنین با در نظر گرفتن تقریب  $2n_1 - n + |m| + 1 \approx 2n_1$ ، این رابطه کلی برای احتمال انتقال به دست می‌آید:

$$P(\rho, l, l', m) = \left| \sum_{n_1=0}^{n-|m|-1} \langle l, m | n_1, m \rangle e^{-i m \frac{3\pi}{v\mu} n \frac{\zeta(\rho)}{\rho}} \langle n_1, m | l', m \rangle \right|^2 \quad (10)$$

با محاسبه این احتمال در  $m=0$  ( $p(\rho_s, 0, 0, 0) \approx 0.1$ ) و تعمیم آن به مدل بوریه-لئون، آهنگ انتقال فرآیند

مخلوطشدنی استارک بین صورت ارائه می‌شود:

$$\lambda_{l \rightarrow l+1}^{St} = K_{stk} N v \pi \rho_s^2 \quad (11)$$

$$\lambda_{l \rightarrow l-1}^{St} = K_{stk} N v \pi \rho_s^2 \frac{2l-1}{2l+1} \quad (12)$$

که  $K_{stk}$  در روابط فوق پارامتری آزاد و  $\rho_s$  پارامتری است که در آن به ازای برخوردهایی با  $\rho \leq \rho_s$ ،  
حالت با  $m=0$  به طور کامل با یکدیگر مخلوط می‌شوند؛ مقدار این پارامتر از حل معادله زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{\zeta(\rho_s)}{\rho_s} = \frac{v \mu}{2n^2} \quad (13)$$

با توجه به این‌که ذرات پایون، کائون و آنتی پروتون تحت تاثیر برهمکنش‌های قوی هسته‌ای (اثرات پلاریزاسیون خلا و اندازه متناهی هسته) قرار می‌گیرند، محاسبه آهنگ انتقال در حضور این برهمکنش‌ها بسیار مورد توجه

است [۱۱]. تحت این شرایط، در حالات‌هایی با  $l > 1$  آهنگ مخلوطشدنی استارک برابر است با:

$$\lambda_{l \rightarrow l+1}^{St} = \frac{2l+1}{2l-1} \lambda_{l \rightarrow l-1}^{St} = K_{stk} N v \pi \rho_s^2 \quad (14)$$

در این رابطه  $\rho$  پارامتر برخوردی مؤثری است که از حل معادله (۱۳) به دست می‌آید؛ در حالی که آهنگ مخلوطشدنی استارک برای گذار  $S \rightarrow P$  ( $P \rightarrow S$ ) با در نظر گرفتن تغییرات انرژی  $\delta E$ ، بین صورت ارائه می‌شود:

$$\lambda_{S \rightarrow P}^{St} = 3 \lambda_{P \rightarrow S}^{St} = K_{stk} N v \pi \rho_s'^2 \quad (15)$$

$$\rho_s' = \text{Max}(R_1, R_2) \quad (16)$$

در معادلات مذکور پارامترهای برخوردی  $R_1$  و  $R_2$  به ترتیب با حل دو معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\nu |\delta E_{nS}|_{eff}^2}{3n^2} = 0.58(1 + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R^2})e^{-2R} \quad (17)$$

$$\frac{\nu \mu^2 |\delta E_{nS}|_{eff}^2}{3n^3 \Gamma_{nS}^{abs}} = \frac{1}{\rho^3} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} e^{-4\rho \sec \theta} (1 + 2\rho \sec \theta + 2\rho^2 \sec^2 \theta)^2 \sec^{-2} \theta d\theta \quad (18)$$

$\mu$  در رابطه فوق معادل با جرم کاهیده اتم اگزوتیک است. در روابط (17) و (18) تغییر انرژی مؤثر و میزان

جب در هر یک از حالت‌ها با این روابط محاسبه می‌شوند:

$$|\delta E_{nS}|_{eff} = \frac{|\delta E_{1S}|_{eff}}{n^3} \quad (19)$$

$$\Gamma_{nS}^{abs} = \frac{\Gamma_{1S}^{abs}}{n^3} \quad (20)$$

در رابطه (19) تغییر انرژی مؤثر در حالت پایه،  $|\delta E_{1S}|_{eff}$ ، متناسب با اندازه مجموع تغییرات انرژی و مقدار

موهومی جذب هسته‌ای در حالت پایه‌اند، که با استفاده از این رابطه محاسبه می‌شود:

$$|\delta E_{1S}|_{eff} = \left| (\delta E_{1S})_{strong} + (\delta E_{1S})_{vp} + (\delta E_{1S})_{fs} - i \frac{\Gamma_{1S}^{abs}}{2} \right| \quad (21)$$

که  $\Gamma_{1S}^{abs}$ ،  $(\delta E_{1S})_{vp}$ ،  $(\delta E_{1S})_{fs}$  و  $(\delta E_{1S})_{strong}$  بهترتیب بیان‌گر انتقال انرژی ناشی از برهمکنش قوی هسته‌ای

انتقال انرژی ناشی از پلاریزاسیون خلا، انتقال انرژی ناشی از اندازه متناهی و پهنه‌ای جذب هسته‌ای در حالت پایه است. لازم به ذکر است که تمام روابط بالا در سیستم واحد اتمی،  $m_e = e = \hbar = a_B = 1$ ، ارائه شده‌اند.

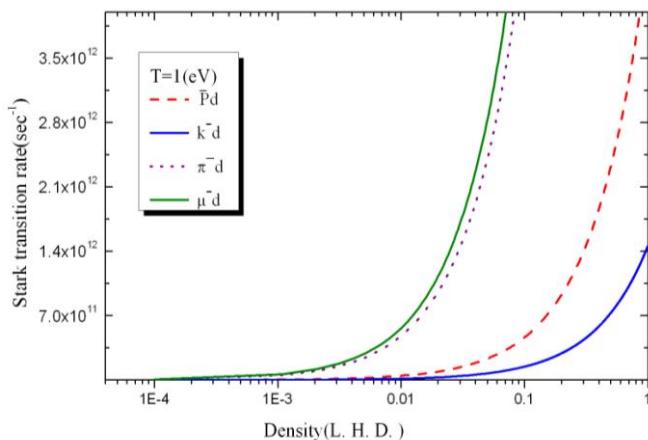
## بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، آهنگ انتقال فرآیند مخلوط شدگی استارک را به‌ازای چگالی‌های مختلفی از محیط دوتربیوم خالص، برای اتم‌های اگزوتیک دوتربیوم میونی، دوتربیوم پایونی، دوتربیوم کائونی و دوتربیوم آنتی پروتونی محاسبه کردۀ‌ایم. در راستای این محاسبات از مناسبترین داده‌های تجربی ارائه شده برای پهنا و انتقال در حالت  $1S$  و  $2P$  اتم‌های اگزوتیک، استفاده کردۀ‌ایم؛ این داده‌ها، در جدول ۱ ارائه شده است. در شکل ۱ آهنگ انتقال فرآیند مخلوط شدگی استارک در اتم‌های اگزوتیک بر حسب چگالی دوتربیوم نمایش داده شده است. نتایج حاصل از این محاسبات نشان‌دهنده آن است که آهنگ انتقال فرآیند مخلوط شدگی استارک در تمامی اتم‌های اگزوتیک مورد بحث با افزایش چگالی دوتربیوم، افزایش می‌یابد؛ به‌طوری‌که اتم اگزوتیک دوتربیوم میونی، در مقایسه با دیگر اتم‌های اگزوتیک، همواره بیشترین آهنگ انتقال را دارد. به‌این ترتیب با در نظر گرفتن بالاترین چگالی در نظر گرفته شده،  $N=L.H.D.$ ، و همچنین تحت مدل  $SCM$ ، که در آن مقدار ثابتی از انرژی جنبشی مورد توجه است، آهنگ انتقال فرآیند مخلوط شدگی استارک را در حالت‌های اولیه مختلف، محاسبه و نتایج حاصل از محاسبات را در شکل ۲ نشان داده‌ایم. محاسبات نشان می‌دهد، تمامی اتم‌های اگزوتیک مورد بحث در حالت‌های اولیه بالاتر، آهنگ انتقال بیشتری را نسبت به حالت‌های اولیه پایین‌تر دارند؛ به‌طوری‌که هر یک از اتم‌های اگزوتیک دوتربیوم میونی، دوتربیوم پایونی، دوتربیوم کائونی و دوتربیوم آنتی پروتونی بهترتیب در بالاترین حالت

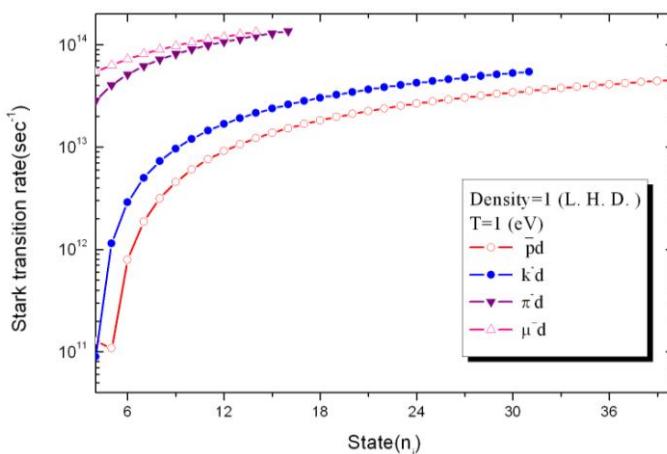
اولیه خود، آهنگ انتقال معادل با  $\lambda = 5.458 \times 10^{13} (\text{s e}^{-1})$  ،  $\lambda = 1.357 \times 10^{14} (\text{s e}^{-1})$  ،  $\lambda = 1.329 \times 10^{14} (\text{sec}^{-1})$  دارد.

جدول ۱. داده های آزمایشگاهی پهنا و انتقال حالت های  $1S$  و  $2P$  برای اتم های اگزو تیک  $\pi^- d$  ،  $K^- d$  و  $\bar{P}d$

Atom	$\Gamma_{1S}^{abs}$	$\Gamma_{2P}^{abs}$	$\delta E_{1S}$
$\pi^- d$	1.02(eV)	---	-2.43(eV)
$K^- d$	880(eV)	0.046(eV)	-693(eV)
$\bar{P}d$	1100(eV)	489(meV)	-1050(eV)



شکل ۱. مقایسه آهنگ انتقالات فرآیند مخلوط شدگی استارک بر حسب چگالی در اتم های اگزو تیک  $\bar{P}d$  ،  $K^- d$  و  $\pi^- d$  ،  $\mu^- d$



شکل ۲. مقایسه آهنگ انتقالات فرآیند مخلوط شدگی استارک بر حسب حالت های اولیه اتم های اگزو تیک  $\bar{P}d$  ،  $K^- d$  و  $\pi^- d$  ،  $\mu^- d$  در  $N=1 L.H.D.$  و  $T=1 eV$

## منابع

1. C. A. Bertulani, M. Ellermann, "Production of exotic atoms at energies available at the CERN Large Hadron Collider", Phys. Rev. C 81 (2010).
2. S. M. Motlevalli, M. R. Pahlavani, "Some applications of quantum mechanics", InTech Press, (2012).

3. A. Shahbaz, *et al.*, "Exotic atoms in super intense laser fields", Eur., Phys., J. Special Topics, 175 (2009).
4. S. Z. Kalantari, M. Raeisi, "Atomic cascade of Kp and Kd atoms and Doppler broadening contribution on x-ray widths", Phys. Rev. C 81 (2010).
5. M. Leon, H. A. Bethe, "Negative meson absorption in liquid hydrogen", Phys. Rev. 127 (1962).
6. E. Borie, M. Leon, "X-ray yields in protonium and mesic hydrogen", Phys. Rev. A 21 (1980).
7. I. Levine, *et al.*, "Measurement of the electromagnetic coupling at large momentum transfer", Phys. Rev. Lett., 78 (1997).
8. G. Reifenrother, E. Klempert, "Antiprotonic hydrogen: From atomic capture to annihilation", Nucl. Phys. A 503 (1989).
9. G. Reifenrother, E. Klempert, "The Atomic cascade of kaonic and pionic hydrogen ", Phys. Lett. B 248 (1990).
10. G. Flamand, "The solution of a Stark-effect model as a dynamical group calculation", J. Math, Phys. 7 (1966).
11. T. P. Terada, R. S. Hayano, "Cascade calculation of hadronic hydrogen atoms", Phys. Rev. C 55 (1997).
12. D. Gotta, *et al.*, "Balmer  $\alpha$  transitions in antiprotonic hydrogen and deuterium", Nucl. Phys., A 660 (1999).
13. D. Chatellard, *et al.*, " X-ray spectroscopy of the pionic deuterium atom", Nucl. Phys., A 625 (1997).
14. R. C. Barrett, A. Deloff, "Strong interaction effects in kaonic deuterium", Phys. Rev. C 60 (1999).